

Chapitre 5 : Problèmes Thermal Fluid Sciences, Cengel, 4rd edition

5-1C

Déterminer, lors d'une expansion de gaz à volume final défini, le travail le plus grand développé entre les deux conditions d'évolution suivantes ; à P ou T constante .

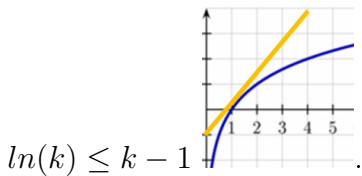
A pression constante, on a $W = P(V_2 - V_1)$

En condition d'expansion isotherme on a $W = P_1 V_1 * \ln(\frac{V_2}{V_1}) (= P_2 V_2 * \ln(\frac{V_2}{V_1}))$ (dém. p.149)

Donc on cherche à déterminer la relation d'ordre entre les deux : $P(V_2 - V_1) \mathcal{R} P_1 V_1 * \ln(\frac{V_2}{V_1})$,

à $P = \text{cte}$ on a $P = P_1$ ($P = P_2$) Soit $k = \frac{V_2}{V_1}$, on obtient alors :

$P V_1 * (k - 1) \mathcal{R} P V_1 * \ln(k) \Rightarrow (k - 1) \mathcal{R} \ln(k)$. Or $\mathcal{R}$ est ici $\geq$, puisque la droite de pente 1 et ordonnée -1 est plus grande ou égale à $\ln(k)$; en posant $k = 1 - x$, l'équation devient $-x \mathcal{R} \ln(1-x)$ et on a bien avec le développement de Taylor-Lagrange du logarithme népérien ; $\ln(1 - x) = -x - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} \dots \leq -x$ càd



Donc le travail d'expansion à $P = P_1$ est plus important qu'à T et, ce qui concorde d'ailleurs avec la différence des aires équivalentes sous les courbes de diagramme PV, rectangle versus trapèzoïde. (V. image ex 5.3, sens inverse de la flèche de compression), l'arrête du trapèzoïde limitée par T_1 est en dessous du segment jaune. Si on avait considéré $P = P_2$ et $P_2 V_2$ dans la formule on aurait l'inverse, (à démontrer)

5-3

Déterminer T_i , T_f et le travail requis pour compresser 7 m^3 d'hélium de 1 kg à 3 m^3 à 150 kPa

Considérant les conditions des paramètres dans les limites de celles d'un gaz idéal, on a donc :

$$T_1 = \frac{M P_1 V_1}{m R} = 505.5 \text{ K}$$

La compression se fait en condition isobare, $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$, $T_2 = 216.6 \text{ K}$

Le travail à pression constante est $W = P(V_2 - V_1) = 600 \text{ kJ}$

Les températures étant bien au-delà de la température de vapeur saturante, la courbe de compression sur le diagramme $P=f(V)$ est une droite qui coupe les courbes isothermes à T_2 puis T_1

