

Une boule de 20 cm de diamètre D est posée sur un pieu vertical de 20 cm D de haut. Les rayons du soleil qu'on suppose parallèles, et qui ont à ce moment une inclinaison de 50° , projettent l'ombre de ces objets sur le sol. L'ombre a la forme d'une ellipse posée sur un bâton. Calculer l'axe de l'ellipse et la longueur du bâton.

Solution Il est nécessaire de faire un schéma des objets et de leur projections. On observe que pour la sphère un cylindre d'ombre projette l'objet sur le sol et qu'il le sectionne à 40° . En effet le point le plus haut de la sphère n'est pas le point le plus éloigné projeté. Ce sont les extrémités du diamètre de la sphère faisant 40° avec le sol qui sont projetées aux points extrêmes de l'ellipse au sol (grand diamètre d'). Et le diamètre perpendiculaire par projection ne varie pas, étant parallèle au sol. On a donc :

$D' = \frac{D}{\cos(40)} = 26.1 \text{ cm}$ La longueur de la projection totale, correspond à la projection de l'axe H sur le sol à un angle de 50° . Il faut d'abord déterminer cette hauteur, et sa projection H' . La longueur de la projection du bâton est égale à H' déduit du grand axe de l'ellipse projetée.

$$H = D + D/2 + \frac{D}{2 * \cos(50)} = 45.56 \text{ cm} . H' = \frac{H}{\tan(50)} = 38.22 . \text{ Donc,}$$

la longueur du bâton projetée = $38.22 - 26.1 = 12.1 \text{ cm}$. Le petit axe déjà mentionné 20 cm.

Remarque : l'angle de projection étant plus grand que 45° , H' est nécessairement plus petit que 45.56 cm. La longueur de la projection du bâton serait plus grande si la sphère ne le surmontait pas, ce qui se justifie aussi par un calcul :

$$P_{jb} \text{ sans sphère} = \frac{20}{\tan(50)} = 16.78 \text{ cm} > 12.1 \text{ cm} = P_j \text{ bâton avec sphère}$$

