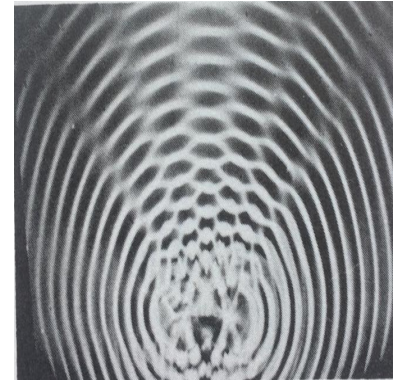
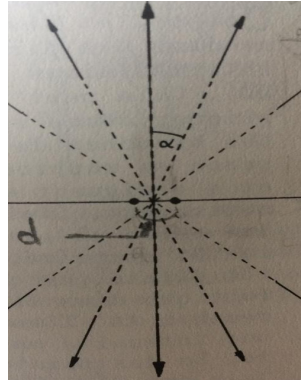
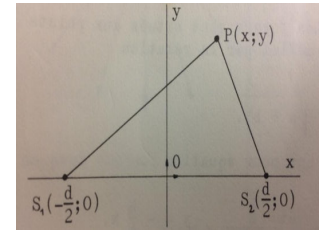
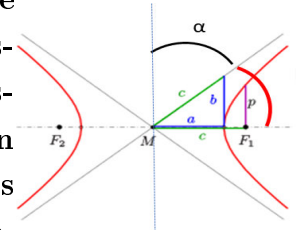


3.10

Deux pointes distantes de 6 cm frappent en phase la surface d'un liquide et y créent des notes circulaires dont la longueur d'onde est de 3 cm. Déterminer la direction, - loin des sources, des maxima et des minima d'interférence.



Solution : Ce problème est dans la continuité du précédent, ici on a une perturbation mécanique transversale qui se propage à la surface d'un liquide, mais le principe est le même. A grande distance les courbes se confondent avec leur asymptôtes et on montre que l'angle de ces asymptôtes par rapport à la verticale varie avec n , la longueur d'onde λ et d , la distance entre les deux sources. On peut reprendre le développement mathématique du cour relatif aux asymptôtes. PS1 - PS2 = $n\lambda$...etc puis ce qui a été moins explicité :



$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \tan \beta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}\right) - \tan(\alpha)}{1 + \tan\left(\frac{\pi}{2}\right) \tan(\alpha)} = \frac{1 - \left(\frac{\tan(\alpha)}{\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)}\right)}{\frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2}\right)} + \tan(\alpha)} = \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow$$

$$\frac{a}{b} = \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha)}{\sqrt{\cos^2(\alpha)}} = \sin(\alpha) \sqrt{\frac{\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)}} = \sin(\alpha) \sqrt{1 + \tan^2(\alpha)} =$$

$$\sin(\alpha) \sqrt{1 + \frac{a^2}{b^2}} \Rightarrow \sin(\alpha) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

On a vu dans l'exercice précédent que pour $y = 0$ on a : $+x = a = \frac{n\lambda}{2}$ et comme la demie-distance entre les deux pointes $\frac{d}{2} = c = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{d^2 - n^2\lambda^2}}{2} \Rightarrow \sin(\alpha) =$

$$\frac{\frac{n\lambda}{2}}{\sqrt{\frac{n^2\lambda^2}{4} + \frac{d^2 - n^2\lambda^2}{4}}} = \frac{n\lambda}{d} = \frac{n}{2} \Rightarrow \text{pour les maxima } \alpha = \arcsin\left(\frac{n}{2}\right).$$

On peut également trouver a et b en posant alternativement x et $y = 0$ dans l'équation de l'hyperbole.

Tableau des maxima :

n	0	1	2	unité
$\alpha = \arcsin\left(\frac{n}{2}\right)$	0	30	90	degré

Comme les minima se trouvent à une demie-longueur d'onde des maxima, on doit déterminer l'équation des hyperboles en posant $PS1 - PS2 = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$

Le développement mathématique donne :

$$PS1 - PS2 = \sqrt{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2} - \sqrt{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2} = n\lambda + \frac{\lambda}{2}$$

En élevant au carré, simplifiant, puis après une mise en évidence du terme sous racine , en élevant une deuxième fois au carré et simplifiant, on obtient finalement l'équation de l'hyperbole avec a et b :

$$\frac{4}{\lambda^2\left(n + \frac{1}{2}\right)^2}x^2 - \frac{4}{d^2 - \lambda^2\left(n + \frac{1}{2}\right)^2}y^2 = 1$$

$$a = \frac{\lambda}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

$$b = \frac{\sqrt{d^2 - \lambda^2\left(n + \frac{1}{2}\right)^2}}{2}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\frac{\lambda}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right)^2 + \frac{d^2 - \lambda^2\left(n + \frac{1}{2}\right)^2}{4}}} = \frac{\lambda}{d}\left(n + \frac{1}{2}\right) =$$

Tableau des minima, Rappel $\lambda = 3cm, d = 6cm$:

n	1	2	unité
$\alpha = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right) = \arcsin\left(\frac{2n + 1}{4}\right)$	14.47	48.59	degré

On a bien une alternance des maxima et minima comme sur le schéma commençant par un maximum à 0° et finissant avec un maximum à 90°

