

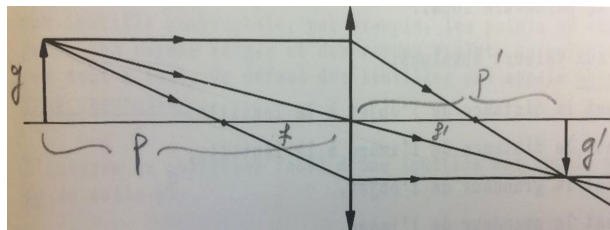
Exercice complémentaire 1

Montrer par la géométrie que l'on peut déduire les formules suivantes de lentilles à partir de l'équation du rapport des grandeurs au rapport des distances (1) $g'/g = -p'/p$:

Les formules à trouver sont :

relation de conjugaison	$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{p}$
relation de Descartes	$\frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1$
relation de Newton	$f * f' = (p - f)(p' - f')$

Solution :



D'après (1) et les règles de géométrie on constate que :

$$\frac{-p'}{p} = \frac{g'}{g} \leq 0 \text{ (g et g' sont de signes opposés)} = \frac{p' - f'}{-f'} \Rightarrow p'f' = pp' - pf' \Rightarrow f'(p + p') = pp' \Rightarrow \frac{1}{f'} = \frac{p + p'}{pp'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

La relation de Descartes d'obtient aisément , comme $f = f'$:

$$f * \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \right) = \frac{f}{p} + \frac{f}{p'} = \frac{f}{p} + \frac{f'}{p'} = \frac{f}{f} = \frac{f'}{f} = 1$$

La relation de Newton s'obtient à partir de la relation de Descartes :

$$pp' = pf' + p'f' \text{ En retranchant } pf' + p'f' \text{ du premier membre et ajoutant } ff' \text{ dans les deux membres (f=f')} \Rightarrow ff' = pp' - pf' - p'f' + ff' = p'(p - f') - f'(p - f) = p'(p - f) - f'(p - f) = (p - f)(p' - f')$$

On obtient bien :

$$ff' = (p - f)(p' - f')$$