

1-4 Deux tiges, l'une de Cu et l'autre de Fe sont soudées à une extrémité se prolongeant dans le même sens, quelles doivent être les longueurs à 0°C si l'on veut que la distance entre les bouts libres soit indépendante de la température et égale à 20 cm ?

Solution Le problème est ici similaire à celui de l'ex 1.3. La distance entre les deux extrémités libre doit être constante quelle que soit la température, on peut donc poser 2 équations ; l'une statue que la différence entre les longueurs initiales (0 °C) est constante (20 cm) et la seconde signifie que la différence de longueur finales entre les deux extrémités des deux matériaux est la même quelque soit la température finale. On remarque à nouveau que l'on peut simplifier la seconde équation sans devoir poser arbitrairement un Tf.

$$\text{On a : } Li_{Cu} - Li_{Fe} = \pm 0.20[m] \Rightarrow Li_{Cu} = \pm 0.20[m] + Li_{Fe}$$

$$Lf_{Cu} - Lf_{Fe} = Li_{Cu}(1 + \alpha_{Cu} \cdot (\Theta_f - \Theta_i)) - Li_{Fe} \cdot (1 + \alpha_{Fe} \cdot (\Theta_f - \Theta_i)) = \pm 0.2[m] \Rightarrow$$

$$(\pm 0.20[m] + Li_{Fe})(1 + \alpha_{Cu} \cdot (\Theta_f - \Theta_i)) - Li_{Fe} \cdot (1 + \alpha_{Fe} \cdot (\Theta_f - \Theta_i)) = \pm 0.2[m] \Rightarrow$$

$$\pm 0.20[m] \cdot \alpha_{Cu} \cdot \cancel{\Theta_f} + Li_{Fe} \cdot \cancel{\Theta_f} \cdot (\alpha_{Cu} - \alpha_{Fe}) = 0 \Rightarrow$$

$$\left| \frac{\alpha_{Cu} \cdot \pm 0.2[m]}{\alpha_{Fe} - \alpha_{Cu}} \right| = Li_{Fe} = \left| \frac{1.7 \cdot \pm 0.2}{1.1 - 1.7} \right| = \frac{1.7 \cdot -0.2}{1.1 - 1.7} = 0.5667(m) \Rightarrow Li_{Cu} = -0.2 + 0.5667 = 0.3667(m)$$



Remarque : Les longueurs étant positives, on voit avec le développement de l'équation que la longueur de la tige de cuivre est nécessairement plus petite.

On vérifie le résultat par exemple en posant par ex. Tf = 100'000°C, considérant que le coefficient est peu dépendant de la température :

$$Lf_{Cu} - Lf_{Fe} = Li_{Cu}(1 + \alpha_{Cu} \cdot (10^5)) - Li_{Fe} \cdot (1 + \alpha_{Fe} \cdot (10^5)) = 0.3667 \cdot (1 + 1.7) - .5667 \cdot (1 + 1.1) = -0.2[m]$$

