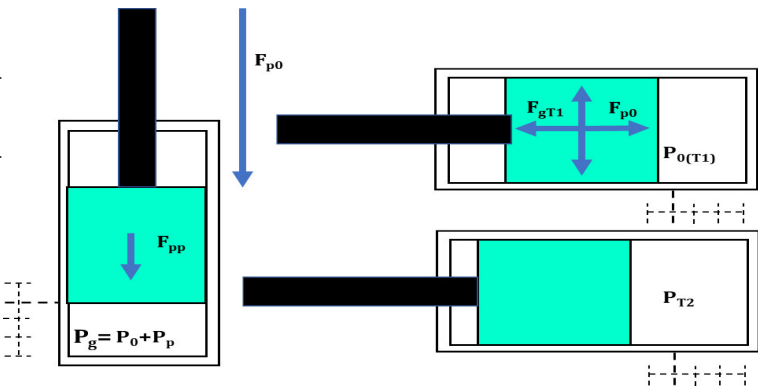


2-9 un cylindre creux, fermé en bas, contient de l'oxygène. Un piston pouvant glisser librement dans le cylindre ferme sa partie supérieure et empêche le gaz de sortir. Le cylindre a un diamètre intérieur de 8 cm. Le piston a un poids de 2 kg*. La pression atmosphérique est de 76 cm Hg. Lorsque la température du système est de 20°C, le piston se trouve à 10 cm du fond du cylindre. On fait subir au cylindre un quart de tour, de manière à rendre son axe horizontal. En outre, on élève la température du système jusqu'à 80°C. Calculer la nouvelle distance entre le piston et le fond du cylindre.

Solution

Le problème est similaire à l'exercice précédent (on néglige les forces de frottement). Ici également le fait de définir le volume initial en tenant compte du poids du piston permet d'éviter l'arbitraire du volume initial (le piston peut prendre une position quelconque à l'horizontal). Dans le second temps, la composante verticale du poids du piston est annulée par la force de réaction du cylindre et la composante horizontale nulle après ajustement spontanée ; le gaz se détend légèrement de manière à ce que la pression du gaz à T1 n'est compensée que pas la pression atmosphérique. Soit V_v le volume initial à 20°C en position vertical, trouvons d'abord le volume V_h en position horizontale dans cette nouvelle condition à T1, 20°C, puis V_2 à T2, 80°C . On a :

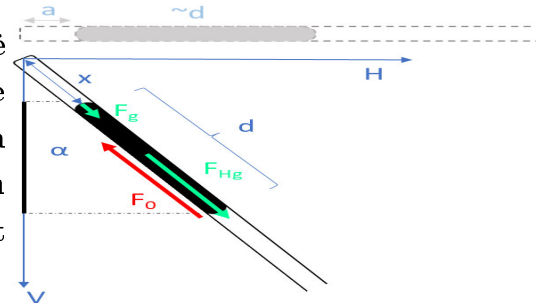
$$\frac{P_v V_v}{\frac{T_v}{(P_0 + P_{pist}) * S * h_v}} = \frac{P_h V_h}{\frac{T_h}{P_0 * S * h_h}} \Rightarrow \frac{T_v}{(P_0 + P_{pist}) * S * h_v} = \frac{T_h}{P_0 * S * h_h} \Rightarrow \frac{T_v}{(P_0 + P_{pist}) * h_v} = \frac{T_h}{P_0 * h_h}$$

$$h_h = \frac{(P_0 + P_{pist})}{P_0} h_v = 10.385 [cm]$$


Dans un troisième temps, on considère le processus de dilatation avec transfert d'énergie thermique en travail, à pression constante. On simplifie la surface dans les deux membres de l'équation.

$$\frac{h_{T1}}{T_1} = \frac{h_{T2}}{T_2} \Rightarrow h_{T2} = \frac{h_{T1} T_2}{T_1} = 12.51 [cm]$$

2-10 Dans un tube de section mince S, un gaz est enfermé par une petite quantité de mercure, s'étendant sur une longueur d. La pression barométrique est b. Calculer la longueur x de la chambre où se trouve le gaz, en fonction de l'angle α formé par le tube avec la verticale. On sait que x prend une valeur a lorsqu'il est horizontal.



Solution Selon la deuxième loi de Newton dans un équilibre statique, les forces exercées par le gaz et le mercure sont compensées par la force de la pression atmosphérique sur la surface de mercure et par les forces de frottements des fluides sur la paroi qui sont ici négligées. En projetant verticalement les normes et multipliant par la section on obtient une équation des pressions que l'on va analyser pour obtenir x. On a :

$$Fv_{Hg} + Fv_g - Fv_0 = 0 \Rightarrow P_{Hg} + P_g = P_0 \Rightarrow \rho g d \cos(\alpha) + P_g = b$$

On sait qu'à l'horizontal la pression du gaz n'est compensée que par la pression atmosphérique et sur la verticale cette pression est la même que dans la position oblique, le gaz ayant une densité très faible, quelque soit sa position la gravité a peu d'effet sur lui. On peut appliquer la loi de Boyle-Mariotte :

$$P_{gobl} V_{obl} = P_h V_h = P_0 V_h \Rightarrow P_{gobl} = P_g * \mathcal{S} * x = b * \mathcal{S} * a \Rightarrow P_g = \frac{b * a}{x}$$

En introduisant dans la première équation :

$$\rho g d \cos(\alpha) + \frac{b * a}{x} = b \Rightarrow x = \frac{ab}{b - \rho g d \cos(\alpha)}$$

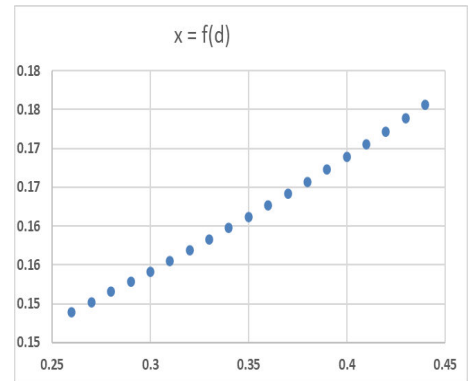
Remarque : En équilibre horizontal on peut déterminer a en fonction de la température, de la quantité de gaz et de la section, en effet :

$$P_g * V_h = baS = nRT \Rightarrow a = \frac{nRT}{bS}$$

On peut alors observer la variation de x en fonction de plusieurs paramètres, dont d et alpha dont la relation à x n'est pas immédiatement lisible à partir de l'équation. (v tableaux et graphique ci-dessous)

x L gaz Obl.	a long gaz Hz	d long Hg	b Patm	m. vol Hg	alpha	gaz n	T°K	S m2
0.13	0.12	0.25	101325	13590	30	0.001	298	0.0002
0.17	0.12	0.25	101325	13590	32	0.001	298	0.0002
0.10	0.12	0.25	101325	13590	34	0.001	298	0.0002
0.12	0.12	0.25	101325	13590	36	0.001	298	0.0002
0.18	0.12	0.25	101325	13590	38	0.001	298	0.0002
0.10	0.12	0.25	101325	13590	40	0.001	298	0.0002
0.11	0.12	0.25	101325	13590	42	0.001	298	0.0002
0.18	0.12	0.25	101325	13590	44	0.001	298	0.0002
0.11	0.12	0.25	101325	13590	46	0.001	298	0.0002
0.10	0.12	0.25	101325	13590	48	0.001	298	0.0002
0.18	0.12	0.25	101325	13590	50	0.001	298	0.0002
0.12	0.12	0.25	101325	13590	52	0.001	298	0.0002
0.10	0.12	0.25	101325	13590	54	0.001	298	0.0002
0.17	0.12	0.25	101325	13590	56	0.001	298	0.0002
0.13	0.12	0.25	101325	13590	58	0.001	298	0.0002
0.09	0.12	0.25	101325	13590	60	0.001	298	0.0002
0.16	0.12	0.25	101325	13590	62	0.001	298	0.0002
0.14	0.12	0.25	101325	13590	64	0.001	298	0.0002
0.09	0.12	0.25	101325	13590	66	0.001	298	0.0002
0.14	0.12	0.25	101325	13590	68	0.001	298	0.0002

x L gaz Obl.	a long gaz Hz	d long Hg	b Patm	m. vol Hg	alpha	gaz n	T°K	S m2
0.15	0.12	0.25	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.15	0.12	0.26	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.15	0.12	0.27	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.15	0.12	0.28	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.15	0.12	0.29	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.15	0.12	0.3	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.16	0.12	0.31	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.16	0.12	0.32	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.16	0.12	0.33	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.16	0.12	0.34	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.16	0.12	0.35	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.16	0.12	0.36	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.16	0.12	0.37	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.17	0.12	0.38	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.17	0.12	0.39	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.17	0.12	0.4	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.17	0.12	0.41	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.17	0.12	0.42	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.17	0.12	0.43	101325	13590	45	0.001	298	0.0002
0.18	0.12	0.44	101325	13590	45	0.001	298	0.0002

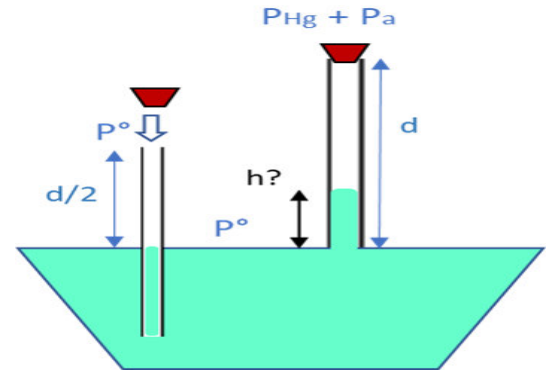


2-11 Un tube de verre a une longueur d et une section S. Ses deux extrémités sont ouvertes. On le plonge verticalement jusqu'à mi-hauteur dans une cuve contenant un liquide de masse spécifique ρ . On ferme alors hermétiquement le haut du tube. On soulève ensuite le tube, en le laissant vertical, de manière que son extrémité inférieure soit juste sous la surface du liquide dans la cuve. La pression barométrique b étant connue, calculer la hauteur du liquide dans le tube. d= 100 cm, S = 1 cm², $\rho = 13.6$ g/cm³, b = 1000 g*/cm² = 9810 mN/cm².

Solution

Lorsqu'on introduit le tube ouvert aux extrémités et le positionne à mi-hauteur, la force de poussée est équilibrée par la poussée d'Archimède et la tension superficielle. La pression de l'air du haut ouvert est barométrique. En le bouchant et repositionnant le bas au niveau du liquide de la cuve, seules interviennent la pression atmosphérique exercée à la surface de la cuve transmise à l'intérieur du tube et à l'opposée la pression de la colonne de liquide et de l'air du tube. Cet air a donc d'abord pour volume la moitié de la longueur par la section, sa pression étant b, puis il occupe un volume dont la hauteur est la différence du tube à la hauteur recherchée et une pression inconnue. Posons les équations du gaz parfait et de Newton :

$$\begin{aligned}
(1) P_{air1} V_1 &= b * S * \frac{d}{2} = P_{air2} * S * (d - h) \\
(2) P_0 &= P_{liq} + P_{air2} \Rightarrow P_{air2} = P_0 - P_{liq} = b - \rho gh \\
(1) P_{air2} &= \frac{bdS}{2(d-h)S} \rightarrow (2) \frac{bd}{2(d-h)} = b - \rho gh \\
2db - 2bh - 2d\rho gh + 2\rho gh^2 &= bd \Rightarrow \\
2\rho gh^2 - (2b + 2d\rho g)h + bd &= 0 \Rightarrow h = \begin{pmatrix} 148.82[cm] \\ 24.7[cm] \end{pmatrix}
\end{aligned}$$



La première solution est abérante puisque la hauteur dépasse celle du tube.

En remontant le tube, on a d'abord créé une dépression (détente de l'air), la quantité d'air a été diminuée de moitié, puis l'air a été recomprimé de 24.7 cm, donc la pression de l'air dans le culot devrait être de :

$$P_{air2} = P_0 * \frac{1}{2} * \frac{100}{100 - 24.7} \left[\frac{mN}{cm^2} \right] = 6514.2 \left[\frac{mN}{cm^2} \right]$$

Et à partir de la formule (2) en y introduisant x calculé. on obtient le même résultat :

$$P_{air2} = b - \rho gh = 9810 - 13.6 * 9.81 * 24.7 \left[\frac{mN}{cm^2} \right] = 6514.2 \left[\frac{mN}{cm^2} \right]$$

Remarque : dans un contexte expérimental, il faudrait tenir compte de l'erreur de lecture au niveau du ménisque, de sa hauteur négative ou positive de celui-ci par rapport au plan de la cuve en raison du sens de la tension superficielle liquide-verre qui varie selon les liquides.

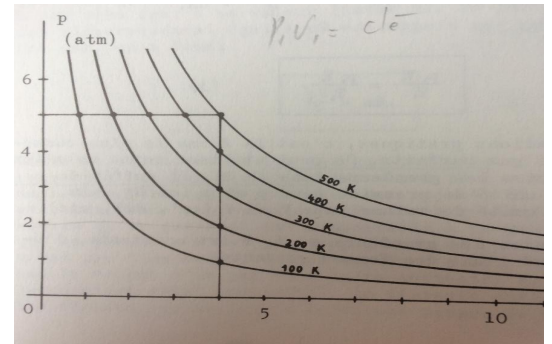
2-12 Quelle est la quantité de gaz dont les états sont représentés sur le diagramme suivant ?

Solution

L'équation d'état nous donne (Volume en dm³ sur le diagramme)

$$n = \frac{P_i V_i}{RT_i} \text{ et on a bien } n = 0.4877 [\text{moles}] \forall i$$

Remarque : comme mentionné dans le cours, les droites d'isobares et isochores coupent les isothermes en segments égaux. En effet, si nous prenons les deux intervalles de pressions successifs au volume constant 4 dm³ (et intervalles de température égaux), on a :



$$\begin{aligned}
P_2 - P_1 &= \frac{T_2}{T_1} * P_1 - P_1 = P_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1} = \Delta T \frac{P_1}{T_1} (1) \\
P_3 - P_2 &= \frac{T_3}{T_2} * P_2 - P_2 = P_2 \frac{T_3 - T_2}{T_2} = \Delta T \frac{P_2}{T_2} (2) \\
\text{comme } V &= ct \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow (1) = (2) \Rightarrow P_2 - P_1 = P_3 - P_2 = P_{i+1} - P_i = \Delta P = ct
\end{aligned}$$

On obtiendrait également des intervalles de volumes égaux en développant les ΔV successifs à $P = ct$.