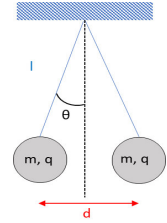


Chapitre 1. Interaction électrique. Développement des solutions à certains exercices.
 (Par convention, on pose e la charge de l'électron = $-q < 0$ et $p = q$)

1.4 Deux boules de liège identiques de masse m portent une même charge q . Elles sont attachées à deux fils de longueur l suspendues en un même point. Trouver l'angle θ que font les deux fils avec la verticale lorsque l'équilibre est atteint.



Solution Les deux boules de charges identiques exercent l'une sur l'autre une force de répulsion de Coulomb et subissent le poids et la tension des fils. La force de répulsion électrostatique s'exerçant horizontalement s'oppose à la résultante des deux autres forces. (alignement horizontal des centres de gravités et symétrie des corps). Les forces résultantes ainsi que les forces exercées par les charges d'une boule sur l'autre étant en normes et direction identiques, mais opposé en sens, on choisit un sens ; pour raison de symétrie le résultat dans l'autre sens sera identique. On pose : (1) l'équation de Newton de l'état d'équilibre (statique) et on obtient l'angle de déviation en fonction de l'accélération centrale et de g . (2) L'égalité de la résultante à la force électrostatique permettant de déterminer l'accélération en fonction des autres paramètres. (3) La distance entre les deux centres de masse n'étant pas donnée, on la détermine par Pythagore. On peut ainsi séparer les variables d'angle des autres paramètres définis.

$$(1) m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} ma = T \sin \theta \\ m(-g) + T \cos \theta = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \tan \theta = \frac{a}{g}$$

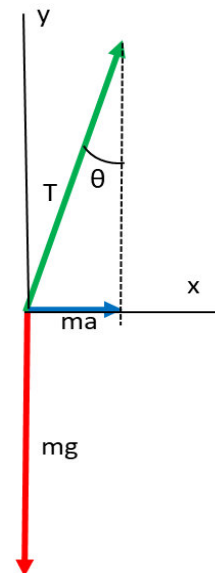
$$(2) \vec{F} = m\vec{a} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon d^2} \vec{u}_r \Rightarrow ma = \frac{q^2}{4\pi\epsilon d^2}$$

$$(3) l^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + (l \cos \theta)^2 \Rightarrow d = 2l \sin \theta$$

$$(3) \rightarrow (2) \Rightarrow (4) ma = \frac{q^2}{4\pi\epsilon 4l^2 (\sin \theta)^2}$$

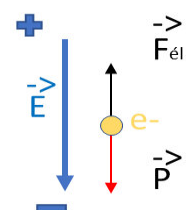
$$(1) \rightarrow (4) \Rightarrow mg \tan \theta = \frac{q^2}{4\pi\epsilon 4l^2 (\sin \theta)^2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta \cdot \sin^2 \theta = \frac{q^2}{4\pi\epsilon \cdot m \cdot g \cdot l^2}$$



1.5 Quelle charge doit porter une particule de masse 2g pour demeurer à l'équilibre dans le laboratoire s'il existe un champ électrostatique vertical dirigé vers le bas de 500 N/C.

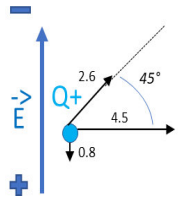
Solution On pose à nouveau une équation statique, les deux forces en actions étant le poids de la particule et la force électrostatique opposée, la résultante étant ici nulle (vitesse de la particule nulle). Le champ étant dirigé vers le bas, la particule a nécessairement une charge négative, elle est dirigée vers le potentiel positif supérieur du champ, s'opposant ainsi à la gravitation.



$$m\vec{g} + \vec{F} = 0 \Rightarrow m(-g) + (-q)(-E) = 0 \Rightarrow q = \frac{-mg}{E} = -39.2\mu C$$

1.7 Une charge de $2.5 \cdot 10^{-8}$ est placée dans un champ électrique vertical uniforme dirigé vers le haut de $5 \cdot 10^4$ N/C. Quel est le travail de la force électrique agissant sur la charge quand celle-ci se déplace de (a) 4,5 m vers la droite, (b) de 0.8m vers le bas, (c) de 2.6m vers le haut suivant la direction de 45° de l'horizontal.

Solution La particule étant chargée positivement, si on la laissait librement dans le champ elle se dirigerait verticalement vers le haut. Or ici la charge se déplace dans toutes autres directions, on fournit donc un travail virtuel dans chaque cas, le chemin étant perpendiculaire (la charge a reçu une impulsion de vitesse dans la direction horizontale), opposé (elle est négative) ou faisant un angle avec la direction de la force électrique (elle heurte un obstacle faisant cet angle). On pose les équations du travail :



$$\int \vec{F} d\vec{r} = F \cdot d \cos(90^\circ) = 0[J]$$

$$\int \vec{F} d\vec{r} = F \cdot d \cos(180^\circ) = -qEd = -0.001[J]$$

$$\int \vec{F} d\vec{r} = F \cdot d \cos(45^\circ) = -qEd \frac{\sqrt{2}}{2} = 2.3 \cdot 10^{-3}[J]$$

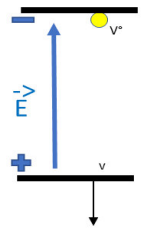
Interprétation des signes. Le potentiel côté positif étant plus élevé que celui du côté négatif, le travail en direction montante est donc positif :

$$W = qV_+ - qV_- > 0$$

1.8 Un champ électrique uniforme existe entre deux plaques parallèles portant des charges égales et de signes contraires. Un électron primitivement au repos s'échappe de la surface négativement chargée et frappe la surface de la plaque opposée distance de 2 cm, dans un intervalle de temps de $1.5 \cdot 10^{-8}$. (a) Calculer le champ électrique, (b) la vitesse de l'électron lors de l'impact avec la seconde plaque.

Solution

On a pour seules données la distance inter-plaque et le temps de vol de l'électron. On peut employer diverses formules et principes afin de déterminer dans l'ordre demandé la valeur du champ et la vitesse de l'électron. L'équation horaire du mouvement uniformément accéléré permet de calculer à partir de ces paramètres l'accélération subie par la charge. On trouve par la suite la valeur du champ par l'équation des forces, (v. ex. précédents). Puis on se réfère au principe de la conservation de l'énergie pour trouver la vitesse de l'électron, ici les énergies pertinentes sont l'énergie potentiel de la charge dans le champ et l'énergie cinétique de la particule accélérée par la force électrostatique. On néglige bien évidemment la force de frottement ; le diamètre apparent de l'électron étant dérisoire ainsi que le poids de l'électron, $g \ll a$.



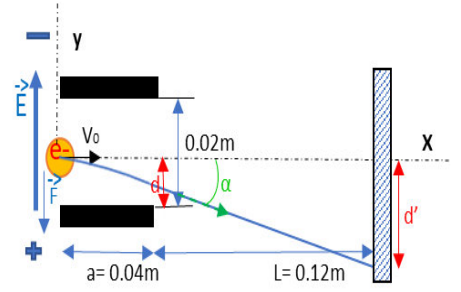
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = 8.88 \cdot 10^{13} [\frac{m}{s^2}]$$

$$m \vec{a} = e \vec{E} \Rightarrow E = \frac{m(-a)}{(-q)} = 1010 [\frac{N}{C}]$$

$$(-q)E(-d) = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qEd}{m}} = 2.66 \cdot 10^6 [\frac{m}{s}]$$

1.9 Un électron est projeté suivant l'axe médian des deux plaques d'un tube cathodique avec une vitesse initiale de $2 \cdot 10^7 [m/s]$. Le champ électrique uniforme entre les plaques est dirigé verticalement vers le haut et sa grandeur est de $2 \cdot 10^4 [N/C]$.

(a) De combien l'électron s'est-il déplacé en dessous de l'axe lorsqu'il atteint l'extrémité des plaques? (b) Quel angle fait sa trajectoire avec l'axe à la sortie des plaques? (c) A quelle distance en dessous de l'axe frappera-t-il l'écran fluorescent?



Solution

Entre les plaques l'électron est accéléré par la force exercée par le champ électrique, le champ de la gravitation et la force de frottements étant négligeables. On applique l'équation horaire du mouvement uniformément accéléré. On pose le point initial au départ de l'électron, on obtient le temps de vol. L'accélération étant trouvée par l'équation de la force. (a) Des substitutions du temps et de l'accélération nous donnent sa position finale d , à l'extrémité des plaques. La force exercée dans l'intervalle des plaques déplace l'électron selon une trajectoire parabolique, (b) la pente de cette droite par dérivation de l'équation cartésienne à l'extrémité nous donne la direction de la trajectoire à la limite des plaques. A partir de là la trajectoire est considérée comme régie uniquement par la gravitation (on néglige la force de frottement et le champ électrique extérieur). On peut dans un premier temps négliger la gravitation, éventuellement décider de sa pertinence en comparant le résultat avec celui du trajectoire rectiligne régie seule par la pulsion mv à la sortie de des plaques, en abscisse a . (C1, C2) On obtient alors par des règles de géométrie ou dérivations la distance d' recherchée.

$$(a) \begin{cases} (1) \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \Rightarrow \begin{cases} (1') x_r = a = v_0 t \\ (1'') y_r = d = -\frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \\ (2) m \vec{a} = e \vec{E} \Rightarrow -a_y = -\frac{qE}{m} \Rightarrow (2) > (1'') d = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} \frac{a^2}{v_0^2} = -7.03 [mm] \end{cases}$$

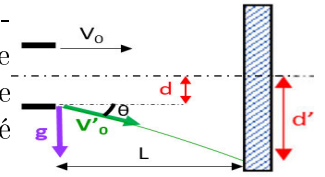
(b) la pente

$$\tan(\alpha) = \frac{dy}{dx} = \frac{d(-\frac{1}{2} \frac{qE}{m} \frac{x^2}{v_0^2})}{dx} = -\frac{qE}{m} \frac{x}{v_0^2} = -\frac{qE}{m} \frac{a}{v_0^2} = -0.3517 \Rightarrow \alpha = \arctan(-0.3517) = -19.378^\circ$$

(c1) La gravitation, la force de frottement, le champ extérieur aux plaques étant négligées. (La réponse du manuel : -0.422 , d est apparemment négligé?)

$$\tan(\alpha) = \frac{(d' - d)}{L} \Rightarrow d' = \tan(\alpha)L + d = -0.0422 - 0.00703[m] = -0.0492430[m]$$

(c2) seule la force de frottement et le champ extérieur sont négligées. L'accélération horizontale étant nulle, l'abscisse de la vitesse de l'électron est constante, la vitesse horizontale est donc la même à la sortie des plaques. Ce qui nous permet de déterminer la vitesse verticale et en employant l'équation horaire, de trouver d' . Le temps de vol de l'extrémité des plaques à l'écran est déterminé grâce à la vitesse horizontale.



$$\left\{ \begin{array}{l} v'_0 = \frac{v_0}{\cos(\alpha)} \\ t' = \frac{L}{v_0} \\ d' - d = v'_0 \sin(\alpha) t' - \frac{1}{2} g t'^2 = v_0 \tan(\alpha) t' - \frac{1}{2} g t'^2 \end{array} \right\} \Rightarrow d' = d + \tan(\alpha)L - \frac{gL^2}{2v^2} = -0.0492430[m]$$

La différence comme attendue est très négligeable de l'ordre de :

$$10^{-16}$$

De plus l'équation obtenue par la géométrie et l'équation horaire à l'exclusion du facteur gravitationnel sont identiques.