

Ex 1.1 Quelle est la charge portée par une mole d'ions ayant chacun une charge positive ?

Le produit du nombre d'Avogadro (ici, mole d'électrons), par la charge de l'électron nous donne cette valeur :

$$Q_{tot} = N_a * e = 6.022 * 10^{23} [\text{Nbr d'él.}] * 1.602 * 10^{-19} \frac{[Cb]}{[\text{unité d'él.}]} = 96440 [Cb]$$

Ex 1.2

Une boule de fer a une masse de 200g. On place sur elle une charge positive de $10^{-6}Cb$. Calculer la fraction d'électron perdus.

Solution La charge positive posée sur le fer entraîne virtuellement une perte équivalente de charge négative fournie par le fer, en réalité des électrons sont retirés de la boule. Les électrons que le fer perd, proviennent de la couche de valence; le fer peut théoriquement perdre jusqu'à 3 électrons de valence, l'extraction des électrons des couches de niveaux inférieurs demandent une trop grande énergie pour être extraits. Supposons alors qu'un atome de fer fournit un électron, on peut envisager les autres cas en posant un facteur de multiplication i allant de 1 à 3. Connaissant la masse de la boule on peut déterminer la quantité d'atome de fer et conséquemment la quantité de charges totales extractible :

$$N_{tot} = i * N_a * n = N_a * \frac{m}{M} = i * 6.022 * 10^{23} \frac{[nbr]}{[moles]} * \frac{200[g]}{55.845[g/mole]} = i * 2.15 * 10^{24} [nbr]$$

L'équivalent du nombre d'électron neutralisé par la charge de $10^{-6}Cb$ est donné par :

$$N_{décharge} = \frac{Q}{|e|} = \frac{10^{-6}[Cb]}{1.602 * 10^{-19} \frac{[Cb]}{[\text{unité d'él.}]}} = 6.24 * 10^{12} [nbr] \quad \text{La fraction du total est alors :}$$

$$f = \frac{N_{décharge}}{N_{tot}} = \frac{6.24 * 10^{12}}{i * 2.15 * 10^{24}} = \begin{cases} (i = 1, Fe^{+}) \frac{6.24 * 10^{12}}{2.15 * 10^{24}} = 2.9 * 10^{-12} \\ (i = 2, Fe^{2+}) \frac{6.24 * 10^{12}}{2 * 2.15 * 10^{24}} = 1.45 * 10^{-12} \\ (i = 3, Fe^{3+}) \frac{6.24 * 10^{12}}{3 * 2.15 * 10^{24}} = 0.96 * 10^{-12} \end{cases}$$

Rem : les 2 dernières eq. sont hypothétiques, le fer se retrouverait dans un état d'oxydation 2 ou 3, ce qui n'est pas compatible avec un état métallique.

Ex 1.3

Calculer la charge que l'on ferait apparaître sur une boule de fer de 200g, si on enlevait tous les électrons libres. On admet que le fer possède un électron libre par atome.

Solution On dispose déjà de la quantité totale d'électrons, soit ici une charge est extraite par atome de fer. Le produit de cette quantité par la charge de l'électron nous donne la charge totale :

$$Q_{tot} = N_{tot} * q_{él} = 2.15 * 10^{24} [nbr] * 1.602 * 10^{-19} \frac{[Cb]}{[\text{unité d'él.}]} = 3.455 * 10^5 [Cb]$$

Ex 2.1

En un certain point de l'espace, une charge de $10^{-7}[Cb]$ subit une force de $10^{-2}[N]$. Calculer l'intensité du champ électrique en ce point et la force que subirait une charge de $10^{-8}[Cb]$ si elle était placée au même point.

Solution L'intensité du champ électrique en un point donné est constant. Ce champ est proportionnel à la force engendrée sur la charge en ce point. L'équation de proportionnalité nous permet de déterminer l'intensité du champ :

$$F = q * E \Rightarrow E = \frac{F}{q} = \frac{10^{-2}[N]}{10^{-7}[Cb]} = 10^5 \frac{[N]}{[Cb]} \quad \text{ou} \quad 10^5 \frac{[V]}{[m]}$$

L'intensité de la force subit par la nouvelle charge est le produit du champ par cette charge, donc :

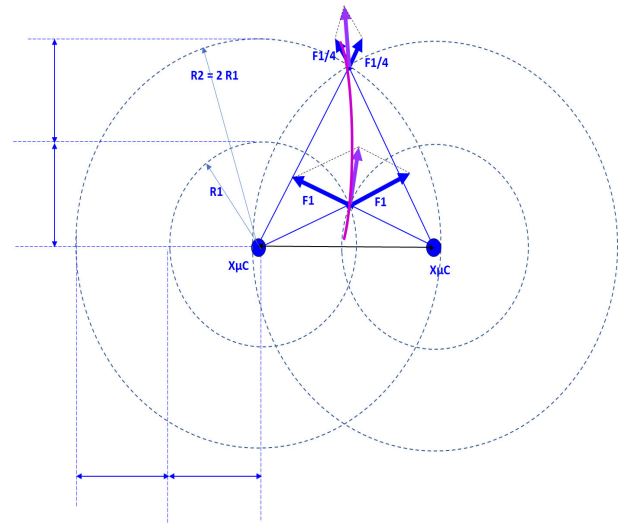
$$F = q' * E = 10^{-8}[Cb] * 10^5 \frac{[N]}{[Cb]} = 10^{-3}[N]$$

Ex 2.2

On indique ici un résultat du chapitre 6 : les forces exercées l'une sur l'autre par deux charges ponctuelles sont inversement proportionnelles au carré de leur distance. Sachant cela, construire graphiquement, en quelques points, le champ électrique créé par deux charges proposés. À l'aide des vecteur construits, esquisser les lignes de champ. Marche à suivre : au point où l'on veut déterminer le champ, on place un corps d'épreuve chargé. On dessine les forces exercées sur ce corps par les deux charges données. On construit leur résultante. On considère cette force comme exercée par le champ électrique. On en déduit le vecteur-champ.

Solution

Sachant que la force est inversement proportionnelle au carré de la distance, pour simplifier, on schématise deux charges identiques et positives placées sur un plan horizontal et l'on dessine des cercles multiples d'un facteur 2 concentriques aux charges. Les forces vectorielles à des distances de rayons respectifs sont multiples d'un facteur 1 divisé par le carré du multiple du rayon. Leurs directions et sens étant données du centre des charges aux points de concurrences des cercles de mêmes rayons. Les forces résultantes peuvent être dessinées par addition vectorielle. On peut faire passer une ligne de champ par les points de départ des résultantes.



Ex 2.3

Deux charges ponctuelles de quatre et six micro coulombs sont situées à quelque distance l'une de l'autre. Elles exerce l'une sur l'autre des forces de 0,4 Newton. A) calculer le champ électrique produit par la première à l'endroit où se trouve la seconde. B) calculer le champ électrique produit par la seconde à l'endroit où se trouve la première.

Solution

Dans le cas A) la charge témoin est la seconde, appelons la Q2, le champ est généré par la première Q1, pour l'obtenir, on divise la force par la seconde charge et vis-versa pour le cas B)

$$(A) \quad E_{Q_1} = \frac{F}{Q_2} = \frac{0.4[N]}{6 * 10^{-6}[Cb]} = 6.66 * 10^4 \frac{[N]}{[Cb]} \quad (B) \quad E_{Q_2} = \frac{F}{Q_1} = \frac{0.4[N]}{4 * 10^{-6}[Cb]} = 10^5 \frac{[N]}{[Cb]}$$

Note : Dans les problèmes concernant l'accélération de particules, on se souviendra que l'énergie cinétique ne s'exprime par la relation $w_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$ que si la vitesse de la particule est très inférieure à la vitesse de la lumière. Si cette condition n'est pas réalisée il faut utiliser l'expression général fourni par la théorie de la relativité : $w_{cin} = (m - m_0)c^2$

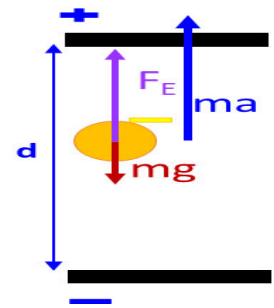
Ex 3.1

Les plaques d'un condensateur plan sont disposées horizontalement à 5 cm l'une de l'autre. A) Quelle tension faudrait-il appliquer à ces plaques pour qu'un él. se trouvant entre elles soit en équilibre, la force électrique compensant exactement le poids ? B) Quelle serait l'accélération de cet él. si on appliquait aux plaques 6 Volts ?

Solution

(A) Appliquons l'équation de Newton avec la somme des forces égale à zéro, puisque l'électron se trouve en équilibre. La force électrique est proportionnelle au champ qui la génère et la champ est proportionnel au potentiel. Posons l'équation et extrayons la tension, seule inconnue :

$$F_{\text{él.}} - P = ma = 0 \Rightarrow qE = mg \Rightarrow q \frac{U}{d} = mg \Rightarrow U = \frac{mgd}{Q} = \frac{0.911 * 10^{-30} * 9.81 * 0.05}{1.602 * 10^{-19}} = 2.79 * 10^{-12} [\text{V}]$$



(B) L'électron est attiré par la plaque positive du haut. A un potentiel si élevé, il y serait précipité par le champ. On néglige dans ce cas l'effet de la pesanteur et on pose l'équation comme si elle n'existait pas :

$$qE - mg = q \frac{U}{d} - \approx 0 = ma \Rightarrow q \frac{U}{d} = ma \Rightarrow a = \frac{qU}{m} = \frac{1.602 * 10^{-19} * 6 [m]}{0.911 * 10^{-30} [s]} = 10^{12} \frac{[m]}{[s]}$$

Ex 3.2

On relie les bornes d'une pile de 4,5 volts à un fil métallique ayant 1 km de long. En admettant que le champ électrique ait la même intensité tout le long du fil, calculer la force qu'il exerce sur les électrons libres et l'accélération que ceux-ci subissent entre deux chocs consécutifs.

Solution Le champ étant uniforme, il est dans un simple rapport de proportionnalité avec le potentiel ($U=Ed$). Il caractérise la force exercée p.ex. par 1 charge de référence sur une unité de charge ($E= F/q$). On peut donc calculer F :

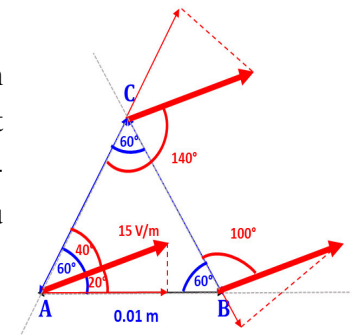
$$|F| = |qE| = |e|E = |e| * \frac{U}{d} = 1.602 * 10^{-19} [Cb] \frac{4.5 [V]}{1000 [m]} = 7.2 * 10^{-22} [N] \quad \text{L'accélération étant le rapport de la force par la masse, celle subie par un électron est : } a = \frac{F}{m} = \frac{7.2 * 10^{-22} [N]}{.911 * 10^{-30} [N]} = 7.910^8 \frac{[m]}{[s]}$$

Ex 3.3

Dans un champ électrique uniforme, on considère trois points A, B, C constituant les sommets d'un triangle équilatéral de 10cm de côté. Le vecteur $\vec{E}$ a une grandeur de 15 V/m. Il fait un angle de 20° avec le vecteur $\vec{AB}$ et un angle de 40° avec $\vec{AC}$. Déterminer les tensions entre A et B, entre B et C et entre C et A.

Solution Le champ électrique est formalisé par un vecteur et peut être traité selon toutes les propriétés mathématiques vectorielles. Sur les côtés du triangles, il peut être représenté par ses projections partant des points sources. Comme il est considéré uniforme sur une petite distance, la tension est selon la définition le produit du vecteur champ par la distance orientée :

$$\begin{aligned} U_{AB} &= \vec{E} * \vec{AB} = |E| AB \cos 20^\circ = 1.409 [V] \\ U_{BC} &= |\vec{E}_{BC} * \vec{BC}| = |E| BC \cos 100^\circ = -0.26 [V] \\ U_{CA} &= |\vec{E}_{CA} * \vec{CA}| = |E| CA \cos 140^\circ = -1.149 [V] \end{aligned}$$



Ex 3.4

Deux conducteurs filiformes, de longueur respectives a et b , sont fixés l'un à l'autre par une de leurs extrémités. Leurs autres extrémités sont reliés aux bornes d'une pile de tension. Dans chaque conducteur, le champ électrique à une grandeur constante. Dans le premier conducteur le champ est 10 fois plus intense que dans le second. Déterminer l'intensité du champ dans chaque conducteur. Application numérique : $U = 4,5 \text{ V}$, $a = 20 \text{ m}$, b égal 50 m .

Solution La tension entre les deux bornes de la pile étant donnée, connaissant la longueur total du conducteur, on peut calculer l'intensité du champ total dans le conducteur. En effet la tension est définie par la somme des produits des champs aux distances d'application. $\left(U = \sum_{i=1}^n E_i d_i \right)$ Le rapport des champs dans les deux parties étant donné, on peut déterminer l'intensité dans chacun d'eux, en considérant que le champ total est égale à la somme des champs sur les deux parties et en les déterminant à partir du système des 3 équations :

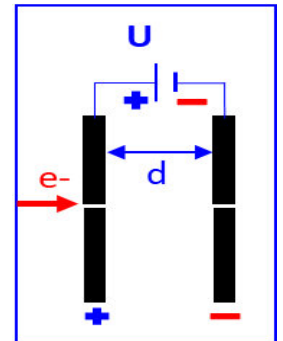
$$\left\{ \begin{array}{l} E_{\text{tot}} = \frac{U}{L} = 0.06428 \frac{[\text{V}]}{[\text{m}]} \\ E = E_a + E_b \\ E_a = 10E_b \end{array} \right\} \Rightarrow E_a = \frac{10}{11} E = 0.0584 \frac{[\text{V}]}{[\text{m}]} \quad E_b = \frac{1}{11} E = 0.0058 \frac{[\text{V}]}{[\text{m}]}$$

Ex 3.5 [méthode alternative de résolution, par le théorème de la variation de E_{cin}]

Un condensateur plan est relié à un générateur dont la tension est U . Ses armatures sont à une distance d et possède deux petits trous A et B sur une même perpendiculaire aux plaques. Depuis l'extérieur, on lance des électrons à l'intérieur du condensateur, à une vitesse $\vec{v}_0$, le long de la droite AB, dans le sens où ils sont ralentis par le champ et on cherche à les faire traverser le condensateur. $\vec{v}_0$ est beaucoup plus petit que c . A) on suppose que les él. atteignent l'autre plaque. Calculer leur vitesse lorsqu'ils y arrivent. B) on suppose que les électrons sont freinés complètement avant d'arriver de l'autre côté du condensateur. Calculer la distance de freinage et la durée de celui-ci.

Solution (interprétation des résultats non terminée)

Supposons que l'él. provienne de la gauche et passe d'abord par la plaque positive, ce qui semble pertinent relativement au premier scénario (A) ; l'él. n'est pas intercepté par la 1ère plaque. On peut appliquer le principe de la conservation de l'énergie mécanique, il n'y a aucune force non conservative dans le système considéré. L'él. a une vitesse constante au départ et une vitesse finale à la sortie du condensateur, on dispose donc des quantités d'énergies cinétiques. Soumis à un champ électrique cst., il possède également une énergie potentielle que l'on considère maximale à l'entrée de la plaque positive et nulle à l'opposée. En posant l'équation :



$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \Rightarrow \frac{mv_0^2}{2} + U * -|e| = \frac{mv_f^2}{2} + 0 * -|e| \Rightarrow v_f = \sqrt{v_0^2 - \frac{2|e|U}{m}}$$

Le second scénario pose l'interception des électrons avant d'atteindre le point B, dans ce cas là également il semble logique que la plaque de droite soit à polarité négative, freinant les électrons. Les électrons ayant une masse et une vitesse décroissante subissent une décélération, ainsi qu'une force électrique exercée par les plaques du condensateur. Posons alors les équations de Newton et les éq. horaires du mouvement des électrons.

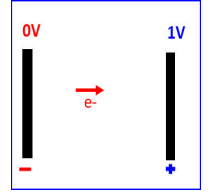
$$\left\{ \begin{array}{l} (1) m \vec{a} = q \vec{E} \Rightarrow a = \frac{-|e|E}{m} = \frac{-|e|U}{md} \\ (2) \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{a} \\ (3) \vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2} \vec{a}t^2 \Rightarrow x = \frac{v_0^2}{a} - \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{mdv_0}{|e|U} \quad x = \frac{mv_0^2}{2|e|U}d$$

A titre indicatif, à une différence de potentiel de 10V, une v_0 de 10 millions de m/s et pour $d=1\text{cm}$, $v_f = 9.8$ millions m/s $x = 2.8 \text{ cm}$ $t = 0.05$ microsec. Les électrons dépassent la plaque de droite, il y a contradiction entre les conditions de validités de la solution dans le premier cas $mv^2 > 2eU$ et sec. $mv^2 < 2eU$

Ex 3.6 [méthode alternative de résolution, par le théorème de la variation de E_{cin}]

Quelle est la vitesse acquise par un électron initialement immobile, s'il est accéléré sur un parcours entre les extrémités duquel il y a une tension de 1V? Faire le même problème pour un proton.

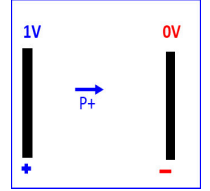
On procède comme dans l'exercice précédent, avec le même modèle de l'électron venant de gauche et on s'appuie à nouveau sur le principe de la conservation de l'énergie. Toutefois ici on peut interpréter le problème comme si l'él. se trouvait à l'intérieur d'un champ, et étant accéléré vers la droite, le potentiel augment dans ce même sens. En l'absence de force non conservatives, on a :



$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \Rightarrow 0 + 0 = \frac{mv_f^2}{2} + U * -|e| \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}} = 5.93 * 10^5 [m/s]$$

Pour le proton la disposition doit être inversée, puisque le proton sera attiré par la polarité négative du champs

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \Rightarrow 0 + U * p = \frac{mv_f^2}{2} + 0 \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}} = 1.38 * 10^4 [m/s]$$

**Ex 3.7**

Par quelle tension ont été accélérés des électrons qui ont la vitesse de 72'000 km/h, si leur vitesse initiale était nulle.

On procède comme dans l'exercice précédent, premier cas de figure où l'électron est attiré par la polarité positive du champ de potentiel, en écrivant l'équation de la conservation d'énergie :

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \Rightarrow 0 + 0 = \frac{mv_f^2}{2} + U * -|e| \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2|e|U}{m}} = 1.38 * 10^4 [m/s]$$

Ex 3.8

Une particule α (noyau d'hélium) entre, avec une vitesse de 100 km/s, dans un champ électrique uniforme dont les lignes sont parallèles à sa trajectoire et de même sens. La particule sort du champ électrique après avoir franchi un trajet entre les extrémités duquel il y a une tension de 500V. Quelle est alors sa vitesse ?

On procède comme dans l'exercice 3.6, deuxième cas de figure où la particule positive est attirée par la polarité négative du champ de potentiel, en écrivant l'équation de la conservation d'énergie :

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \Rightarrow \frac{mv_i^2}{2} + q * U = \frac{mv_f^2}{2} + q * 0 \Rightarrow v_f = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qU}{m}} = 325 [km/s]$$

Le champ électrique participe à un gain de vitesse de 225 km/s.

Ex 3.9 Avec quelle tension fait-il accélérer une particule α pour que sa masse subisse une augmentation de 1% ?

Le rapport des masses dépendant de la vitesse relative par rapport à un référentiel intertiel que l'on choisit ici du laboratoire. On emploie l'équation relativiste énergie-quantité de mouvement. ¹ La vitesse peut être employée dans l'équation de la conservation de l'énergie, considérant qu'il n'y a pas de perte d'énergie. Les conditions d'applications sont les mêmes que celles de l'exercice 3.6b.

$$E_{c1} + E_{p1} = E_{c2} + E_{p2} \Rightarrow 0 + U * q_{\alpha} \stackrel{q_{\alpha}=2q=2|e|}{=} \frac{mv_f^2}{2} + 0 \Rightarrow v_f^2 = \frac{4qU}{m}$$

$$(\text{éq relativiste}) \quad v^2 = \frac{(m^2 - m_0^2)}{m^2} c^2 \Rightarrow \frac{4qU}{m} = \frac{(m^2 - m_0^2)}{m^2} c^2 \Rightarrow U = \frac{((1.01)^2 m_0^2 - m_0^2)}{1.01 m_0 * 4q} = \frac{1.01 m_0}{4q}$$

1. v. §chapitre 4.9 mécanique relativiste. Physique XXI, Physique moderne (tome c) Séguin, Deschenau, Tardiff, Deboek 2010),

Ex 3.10 Avec quelle vitesse faut-il accélérer une particule α pour que sa masse devienne trois fois plus grande ?

La vitesse attendue est de l'ordre de la vitesse de la lumière, on doit faire appel aux équations de la relativité, énergie-quantité de mouvement ; on peut tirer de cette équation le rapport de masses et la vitesse en fonction de ce rapport.

$$m^2 v^2 = \frac{(mc^2)^2}{c^2} - m_0^2 c^2 \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \stackrel{m=3m_0}{=} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = ..$$
