

Monard mécanique- Exercices relatifs aux chapitres 1 et 2 ; les erreurs et incertitudes. Les horaires

Pour les différents exercices, on applique les formules déterminées dans le cours. Les grandeurs sont formulées par une combinaison des 4 opérations de base, pour déterminer les incertitudes, on applique les formules développées dans le cours, pour rappel :

$$\underline{S = a + b} \quad \text{vraies valeurs} \quad \max S' = \max a' + \max b' \Rightarrow S + I(S) = a + I(a) + b + I(b) \Rightarrow$$

$$\underline{I(S) = I(a) + I(b)} \Rightarrow \underline{i(S) = \frac{I(S)}{S} = \frac{I(a) + I(b)}{a + b}}$$

$$\underline{D = a - b} \quad \text{vraies valeurs} \quad \max D' = \max a' - \min b' \Rightarrow \quad D + I(D) = a + I(a) - (b - I(b)) \Rightarrow$$

$$\underline{I(D) = I(a) + I(b)} \Rightarrow \underline{i(S) = \frac{I(D)}{D} = \frac{I(a) + I(b)}{a - b}}$$

$$\underline{P = a * b} \quad \text{vraies valeurs} \quad \max P' = \max a' * \max b' \Rightarrow \quad P + I(P) = (a + I(a)) * (b + I(b)) \Rightarrow$$

$$P + I(P) = ab + aI(b) + bI(a) + I(a)I(b) \approx ab + aI(b) + bI(a) \Rightarrow I(P) = aI(b) + bI(a) \Rightarrow$$

$$\underline{i(P) = \frac{I(P)}{P} = \frac{aI(b) + bI(a)}{ab} = \frac{I(b)}{b} + \frac{I(a)}{a} = \underline{i(a) + i(b)} \Rightarrow$$

$$\underline{Q = \frac{a}{b}} \quad \text{vraies valeurs} \quad \max Q' = \frac{\max a'}{\min b'} \Rightarrow \quad Q + I(Q) = \frac{(a + I(a))}{(b - I(b))} \Rightarrow$$

$$Q + I(Q) = \frac{(a + I(a))}{(b - I(b))} \Rightarrow I(Q) = \frac{(a + I(a))}{(b - I(b))} - \frac{a}{b} = \frac{ab + bI(a) - ab + aI(b)}{b(b - I(b))} \approx \frac{bI(a) + aI(b)}{b^2} \Rightarrow$$

$$\underline{\frac{I(Q)}{Q} = \frac{bI(a) + aI(b)}{b^2} * \frac{b}{a} = \frac{I(a)}{a} + \frac{I(b)}{b} \Rightarrow \underline{i(Q) = i(a) + i(b)}}$$

$$\underline{y = x^n} \quad \text{vraies valeurs} \quad \max y' = \max a' * \max a' \dots \Rightarrow$$

$$y + I(y) = (x + I(x))^n = x^n + nx^{n-1}I(x) + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}I(x)^2 \dots \approx x^n + nx^{n-1}I(x) \Rightarrow$$

$$I(y) = x^n + nx^{n-1}I(x) - x^n \Rightarrow \underline{i(y) = \frac{I(y)}{y} = \frac{nx^{n-1}I(x)}{x^n} = \frac{nxI(x)}{x} = \underline{ni(x)}}$$

$$\text{Et réciproquement } x = \underline{\sqrt[n]{y}} \Rightarrow \underline{i(x) = \frac{1}{n}i(y)}$$

Ex 1.1 Des mesures fournissent les valeurs :

$x = 140 \pm 3$	$y = 25 \pm 1$	$z = 504 \pm 2$	$t = 177 \pm 3$
-----------------	----------------	-----------------	-----------------

Calculer les incertitudes absolues et relatives des grandeurs suivantes

$A = x^2$	$B = \sqrt{y}$	$C = 2\pi z$	$D = x + y + z$
$E = z - 3x$	$F = xyz$	$G = (z - x)(t - 4y)$	$H = \frac{z + 10y}{x + t}$

$$i(A) = 2i(x) = 2 \frac{I(x)}{x} = 4.28\% \quad I(A) = i(A) * A = 840 \Rightarrow \underline{A = 19'600 \pm 840}$$

$$i(B) = \frac{1}{2}i(y) = \frac{1}{2} \frac{I(y)}{y} = 2\% \quad I(B) = i(B) * B = 0.1 \Rightarrow \underline{B = 5 \pm 0.1}$$

$$I(C) = 2\pi I(z) = 4\pi \quad i(C) = \frac{I(C)}{C} = 0.39\% \quad \underline{C = 3166.7 \pm 12.56}$$

$$I(D) = I(x) + I(y) + I(z) = 6 \quad i(D) = \frac{I(D)}{D} = 0.897\% \quad \underline{D = 669 \pm 6}$$

$$I(E) = I(z) + 3I(x) = 11 \quad i(E) = \frac{I(E)}{E} = 13\% \quad \underline{E = 84 \pm 11}$$

$$i(F) = i(x) + i(y) + i(z) = 6.54\% \quad I(F) = F * i(F) = 115'360 \quad \underline{F = 1'764'000 \pm 115'360}$$

$$G = (z - x)(t - 4y) = 28028 \quad I(z - x) = I(z) + I(x) = 5 \quad I(t - 4y) = I(t) + 4I(y) = 7$$

$$i(G) = i(z - x) + i(t - 4y) = \frac{I(z - x)}{z - x} + \frac{I(t - 4y)}{t - 4y} = 0.1046 \quad \underline{i(G) = 10.46\% \Rightarrow}$$

$$I(G) = i(G) * G = 2933 \quad \underline{G = 28028 \pm 2933}$$

$$H = \frac{754}{317} = 2.3785 \quad I(z + 10y) = I(z) + 10I(y) = 12 \quad I(x + t) = I(x) + I(t) = 6$$

$$H + I(H) = \frac{z + 10y + I(z + 10y)}{x + t - I(x + t)} = \frac{754 + 12}{317 - 6} = 2.463 \Rightarrow I(H) = 0.084 \Rightarrow \underline{i(H) = 3.55\%}$$

$$\underline{H = 2.3785 \pm 0.084}$$

Ex 1.2 On mesure les valeurs suivantes :

$a = 4.8 \pm 0.1$	$b = 25 \pm 0.1$	$c = 90 \pm 1$
-------------------	------------------	----------------

Calculer les incertitudes absolues et relatives sur les grandeurs :

$s = a^3$	$t = \sqrt{b}$	$u = \frac{\pi}{c}$	$v = a + b + c$
$w = c - 2b - 5a$	$x = a^2b$	$y = (10a - b)(b + c)$	$z = \frac{bc}{a + b}$

$$\underline{i(s) = 3i(a) = 3 \frac{I(a)}{a} = 6.25\% \quad I(s) = i(s) * s = 6.912 \Rightarrow \underline{s = 110.6 \pm 6.9}}$$

$$\underline{i(t) = \frac{1}{2}i(b) = \frac{1}{2} \frac{I(b)}{b} = 0.2\% \quad I(t) = i(t) * t = 0.01 \Rightarrow \underline{t = 5 \pm 0.01}}$$

$$\underline{u + I(u) = \frac{\pi + I(\pi)}{c - I(c)} = \frac{3.1415}{89} = 0.0353 \Rightarrow I(u) = 3.9 * 10^{-4} \Rightarrow \underline{u = 3.49 * 10^{-4} \pm 3.9 * 10^{-4}}}$$

$$\underline{I(v) = I(a) + I(b) + I(c) = 1.2 \quad i(v) = \frac{I(v)}{v} = 1\% \quad \underline{v = 119.8 \pm 1.2}}$$

$$\underline{I(w) = I(c) + 2I(b) + 5I(a) = 0.3 \quad i(w) = \frac{I(w)}{w} = 1.875\% \quad \underline{D = 16 \pm 0.3}}$$

$$\underline{i(x) = 2i(a) + i(b) = 4.56\% \quad I(x) = i(x) * x = 26.30 \quad \underline{x = 576 \pm 26}}$$

$$\underline{y = (10a - b)(b + c) = 2645 \quad I((10a - b)) = 10I(a) + I(b) = 1.1 \quad I(b + c) = I(b) + I(c) = 1.1}$$

$$\underline{i(y) = i(10a - b) + i(b + c) = \frac{I(10a - b)}{10a - b} + \frac{I(b + c)}{b + c} = 5.739\% \quad I(y) = i(y) * y = 151.8 \Rightarrow}$$

$$\underline{y = 2645 \pm 151.8}$$

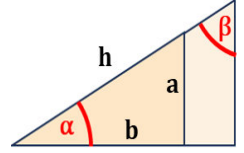
$$\underline{z = \frac{bc}{a + b} = 75.5 \quad i(bc) = i(b) + i(c) = \frac{I(b)}{b} + \frac{I(c)}{c} = 1.51\% \Rightarrow I(bc) = i(bc) * bc = 34}$$

$$\underline{a + b = 29.8 \quad i(a + b) = \frac{I(a + b)}{a + b} = \frac{I(a) + I(b)}{a + b} = 0.67\% \quad z + I(z) = \frac{(bc + I(bc))}{(a + b - I(a + b))} = 77.16}$$

$$\underline{I(z) = 77.16 - 75.5 = 1.658 \quad \underline{z = 75.5 \pm 1.66} \quad i(z) = 2.197\%}$$

Ex 1.3 On mesure l'hypothénuse a et un angle aigu α d'un triangle rectangle. On trouve $a = 17.41 \text{ cm} \pm 0.03 \text{ cm}$ et $\alpha = 36.2^\circ \pm 0.2^\circ$. Calculer les côtés adjacents à l'angle droit avec leur incertitude absolues.

Pour ce problème on peut faire appel au théorème de Pythagore et aux relations trigonométriques entre les côtés. Il faut noter que l'on va devoir trouver les erreurs sur des fonctions. La fonction sinus est croissante donc l'erreur sur l'angle est proportionnelle à l'erreur faite sur le sinus. Ce qui n'est pas le cas avec le cosinus, le rapport de l'erreur du cosinus sur le cosinus donne une erreur relative abérante $> 100\%$. On emploie alors les deux procédés. Posons pour côtés a et b :



$$a = h \sin(\alpha) = 10.28 \Rightarrow \underline{i(a)} = i(h) + i(\sin(\alpha)) = \frac{I(h)}{h} + \frac{I(\sin(\alpha))}{\sin(\alpha)} = \underline{0.76\%} \Rightarrow$$

$$I(a) = i(a) * a = 0.078 \quad \underline{a = 10.28 \pm 0.078} \quad b = \sqrt{h^2 - a^2} = 14.05 \Rightarrow$$

$$i(b) = \frac{1}{2} i(h^2 - a^2) = \frac{1}{2} \frac{I(h^2) + I(a^2)}{h^2 - a^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{i(h^2)h^2 + i(a^2)a^2}{h^2 - a^2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{2i(h)h^2 + 2i(a)a^2}{h^2 - a^2} \right) =$$

$$\left(\frac{\frac{I(h)}{h}h^2 + \frac{I(a)}{a}a^2}{h^2 - a^2} \right) = \underline{i(b) = 0.67\%} \Rightarrow I(b) = i(b)*b = 0.094 \quad \underline{b = 14.05 \pm 0.094} \text{ rép de l'auteur : } \underline{14.05 \pm 0.06}$$

Remarque ; l'image illustre mal les erreurs absolues, en effet, un calcul montre que ces erreurs ne sont pas proportionnelles, comme le sont les côtés du triangle. En toute rigueur, l'incertitude est donnée par la loi de Gauss-Laplace, le différentiel total de la grandeur ou par toute autre méthode découlant des équations de la statistique, ce qui dépasse le niveau de ce manuel. On peut pour exercice exploiter les formules de développement en séries des fonctions trigonométriques, pour obtenir une meilleure précision. On se restreint à deux termes du développement. Les formules, non démontrées ici, sont (les angles sont donnés en radian) :

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \frac{\alpha^7}{7!} \dots \quad \cos(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} \dots$$

$$i(\sin(\alpha)) = \frac{I(\sin(\alpha))}{\sin(\alpha)} = \frac{I(\alpha - \frac{\alpha^3}{3!})}{\sin(\alpha)} = \frac{I(\alpha) + I(\frac{\alpha^3}{3!})}{\sin(\alpha)} = \frac{I(\alpha) + I(\frac{\alpha^3}{3!})}{\sin(\alpha)} = \frac{I(\alpha) + i(\frac{\alpha^3}{3!}) * \frac{\alpha^3}{3!}}{\sin(\alpha)} =$$

$$\frac{I(\alpha) + \frac{3}{3!} i(\alpha) * \frac{\alpha^3}{3!}}{\sin(\alpha)} = \frac{I(\alpha) + \frac{3}{3!} \frac{I(\alpha)}{\alpha} * \frac{\alpha^3}{3!}}{\sin(\alpha)} = \frac{I(\alpha) + \frac{3I(\alpha)*\alpha^2}{3!^2}}{\sin(\alpha)} = 0.59\% \quad (3^{\text{ème}} \text{ ordre : } 0.61\%)$$

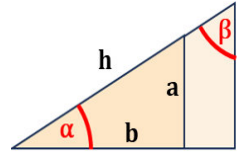
$$i(a) = i(h) + i(\sin(\alpha)) = \underline{0.76\%} \Rightarrow I(a) = i(a) * a = 0.0785$$

$$i(\sin(\beta)) = \frac{I(\beta) + \frac{3I(\beta)*\beta^2}{3!^2}}{\sin(\beta)} = 0.46\% \quad i(b) = i(h) + i(\sin(\beta)) = 0.63\% \Rightarrow I(b) = i(b) * b = 0.089$$

On obtient les mêmes résultats.

Ex 1.4 Les cathètes d'un triangle rectangle mesurent 6.45 cm et 14.1 cm, ces mesures étant entachées d'une incertitude de 0.05 cm. Calculer les angles aigus de ce triangle, avec leur incertitudes absolues.

Posons pour côtés a et b :



$$h = \sqrt{a^2 + b^2} = 15.5 \Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{a}{h}\right) = 24.58 \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{b}{h}\right) = 65.42$$

$$i\left(\frac{a}{h}\right) = i(a) + i(h) = \frac{I(a)}{a} + \frac{I(h)}{h} = 1.097\% \quad i\left(\arcsin\left(\frac{a}{h}\right)\right) \approx i\left(\frac{a}{h}\right) \Rightarrow$$

$$I\left(\arcsin\left(\frac{a}{h}\right)\right) \approx i\left(\frac{a}{h}\right) * \arcsin\left(\frac{a}{h}\right) = 0.2698 \Rightarrow \underline{\alpha = 24.58 \pm 0.27 \quad ER_{\alpha} \approx 1\%}$$

$$i\left(\frac{b}{h}\right) = i(b) + i(h) = \frac{I(b)}{a} + \frac{I(b)}{h} = 1.129\% \quad i\left(\arcsin\left(\frac{b}{h}\right)\right) \approx i\left(\frac{b}{h}\right) \Rightarrow$$

$$I\left(\arcsin\left(\frac{b}{h}\right)\right) \approx i\left(\frac{b}{h}\right) * \arcsin\left(\frac{b}{h}\right) = 0.7391 \Rightarrow \underline{\beta = 65.42 \pm 0.74 \quad ER_{\beta} \approx 1\%}$$

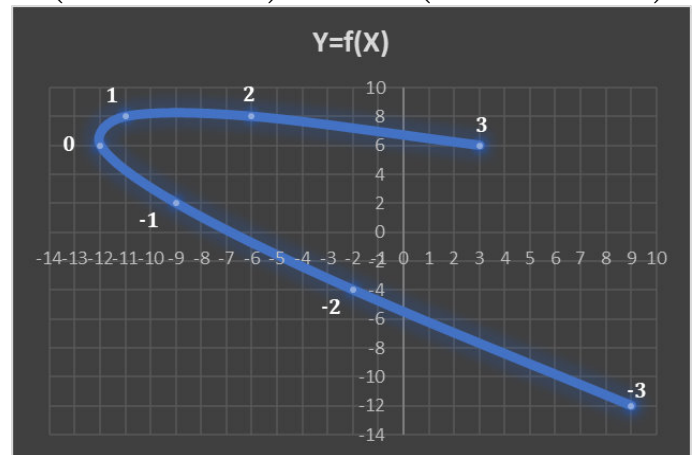
Ex 2.1 Dans un référentiel othonormé à deux dimensions, un mobile a un horaire

$$\vec{r} = \vec{A}t^2 + \vec{B}t + \vec{C} \quad \text{où } \vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix} \quad \vec{C} = \begin{pmatrix} -12 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix}$$

Calculer la position du mobile de seconde en seconde pour l'intervalle d'entier entre -3 et 3 compris et représenter graphiquement la trajectoire.

On résoud l'équation pour les différentes valeurs de t dans un tableur et on représente le graphique Y=f(X)

t(s)	-3	-2	-1	0	1	2	3
x(m)	9	-2	-9	-12	-11	-6	3
y(m)	-12	-4	2	6	8	8	6



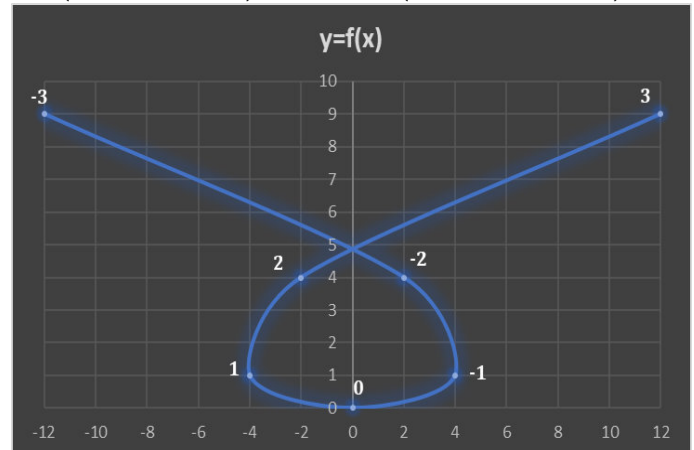
Ex 2.2 Dans un référentiel othonormé à deux dimensions, un mobile a un horaire

$$\vec{r} = \vec{A}t^3 + \vec{B}t^2 + \vec{C}t \quad \text{où } \vec{A} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix} \quad \vec{C} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix}$$

Représenter graphiquement la trajectoire du mobile dans l'intervalle allant de -3 à 3.

On résoud comme pour l'exercice précédent l'équation pour les différentes valeurs de t dans un tableur et on représente le graphique Y=f(X)

t(s)	-3	-2	-1	0	1	2	3
x(m)	-12	2	4	0	-4	-2	12
y(m)	9	4	1	0	1	4	9



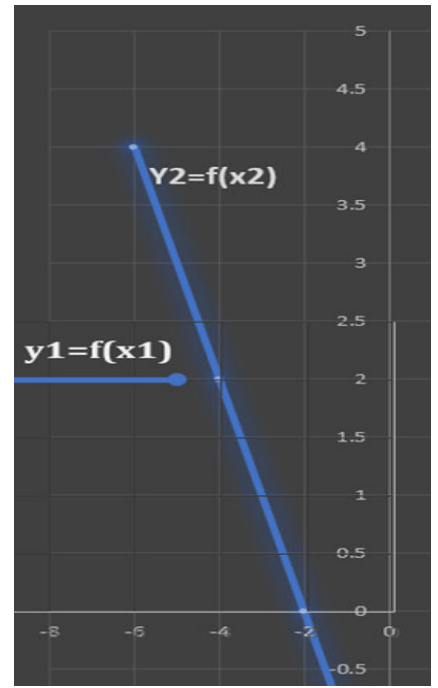
Ex 2.3. Deux mobiles ont les horaires respectifs

$$\vec{r}_1 = \vec{A} + \vec{B}t \quad \text{où } \vec{A} = \begin{pmatrix} -20 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{C} + \vec{D}t \quad \text{où } \vec{C} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix} \quad \vec{D} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix}$$

a) Où leurs trajectoires se croisent-elle? b) Quand leur distance est-elle minimale? c) Que vaut-elle?

On résoud, comme pour l'exercice précédent, les équations horaires pour les différentes valeurs de t dans un tableur et on représente le graphique $Y=f(X)$. Numériquement, si on trouve une valeur temporelle pour laquelle deux points horaires sont identiques, cela signifie que les mobiles entrent en collision pour cette valeur temporelle. Si on ne parvient pas à ce résultat, on recherche la distance minimale, la distance entre deux points est donnée par une équation géométrique, elle sera minimale si sa dérivée par rapport au paramètre temporel est nulle. On peut vérifier la concordance entre les résultats numériques avec la représentation graphique de la zone de croisement et d'éventuelle collision.



$t_1(s)$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x_1(m)$	-35	-30	-25	-20	-15	-10	-5
$y_1(m)$	2	2	2	2	2	2	2

$t_2(s)$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x_2(m)$	-6	-4	-2	0	2	4	6
$y_2(m)$	4	2	0	-2	-4	-6	-8

La condition nécessaire pour que les deux trajectoires se coupent est la solution unique du paramètre temporel pour le système d'équations :

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} -20 + 5t = 2t \\ 2 = -2 - 2t \end{matrix} \right\} \text{ Or : } \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} t = \frac{20}{3} \neq \\ t = -2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{donc, les trajectoires ne se coupent pas.}$$

Représentons l'équation de la distance et déterminons sa valeur minimale en fonction du temps :

$$\delta = \sqrt{(Y_2 - Y_1)^2 + (X_2 - X_1)^2} = \sqrt{(2t - (-20 + 5t))^2 + ((-2 - 2t) - 2)^2} \Rightarrow$$

La dérivée nulle de la distance en fonction du temps nous donne l'horaire auquel cette distance est minimale.

$$\delta = \sqrt{13t^2 - 104t + 416} \Rightarrow \frac{d\delta}{dt} = \frac{1}{2} \frac{26t - 104}{\sqrt{13t^2 - 104t + 416}} = 0 \Rightarrow \underline{t_{min} = 4[s]}$$

A ce moment les mobiles ont pour positions suivantes. On déduit alors la distance entre ces points.

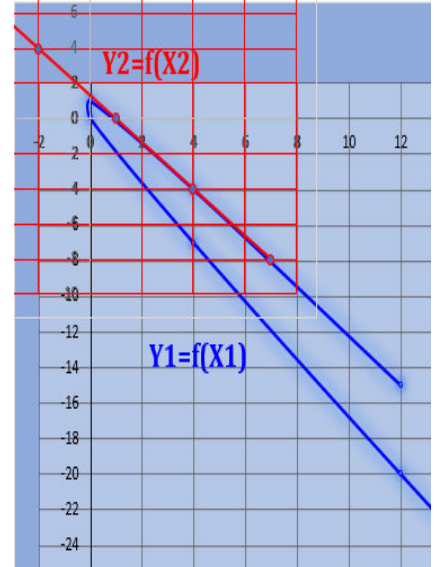
$$\vec{r}_1(t_{min}) = \left\{ \begin{matrix} X_{min} = -20 + 20 = 0 \\ Y_{min} = 2 \end{matrix} \right\} \quad \vec{r}_2(t_{min}) = \left\{ \begin{matrix} X_{min} = 8 \\ Y_{min} = -2 - 8 = -10 \end{matrix} \right\}$$

$$\delta_{min} = \sqrt{(Y_{min2} - Y_{min1})^2 + (X_{min2} - X_{min1})^2} \quad \underline{\delta_{min} = 14.4[m]}$$

Ex 2.4. Deux mobiles ont les horaires respectifs

$$\vec{r}_1 = \vec{A}t^2 + \vec{B}t \quad \text{où } \vec{A} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix} \quad \vec{B} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{C}t + \vec{D} \quad \text{où } \vec{C} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix} \quad \vec{D} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} [ms^{-2}] \\ [ms^{-2}] \end{matrix}$$



a) Quelle est la distance des mobiles à la date $t = -2$ (s)

b) Ces mobiles entrent-ils en collision ? Si oui, où et quand ?

A) On résoud, comme pour l'exercice précédent, les équations horaires pour les différentes valeurs de t dans un tableau et on représente le graphique $Y=f(X)$. On détermine les coordonnées des deux mobiles au temps demandé et on calcule la distance entre les deux points. B) Numériquement, si l'on trouve une valeur temporelle pour laquelle deux points horaires sont identiques, cela signifie que les mobiles entrent en collision. Si on ne parvient pas à ce résultat, on peut en supplément rechercher la distance minimale, en procédant comme dans l'exercice précédent.

$t_1(s)$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x_1(m)$	24	12	4	0	0	4	12
$y_1(m)$	-39	-20	-7	0	1	-4	-15

$t_2(s)$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x_2(m)$	-11	-8	-5	-2	1	4	7
$y_3(m)$	16	12	8	4	0	-4	-8

Les coordonnées des deux mobiles au temps $t = -2$ (s) et la distance entre les deux points sont :

$$\vec{r}_{1t} \Rightarrow \begin{cases} x_{1t} = 2t^2 - 2t = 6 \\ y_{1t} = -3t^2 + 4t = -7 \end{cases} \quad \vec{r}_{1t} = (4, -7) \quad \vec{r}_{2t} \Rightarrow \begin{cases} x_{2t} = 3t - 2 = -5 \\ y_{2t} = -4t + 4 = 9 \end{cases} \quad \vec{r}_{2t} = (-5, 9)$$

$$\delta = \sqrt{(Y_2 - Y_1)^2 + (X_2 - X_1)^2} = \sqrt{(9 - (-7))^2 + (-5 - 4)^2} \quad \underline{\delta = 18.35[m]}$$

La condition nécessaire pour que les deux trajectoires se coupent est une solution unique pour le paramètre temporel dans le système d'équations :

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_2 \Rightarrow \begin{cases} 2t^2 - 2t = 3t - 2 \Rightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \\ -3t^2 + 4t = -4t + 4 \Rightarrow 3t^2 - 8t + 4 = 0 \end{cases} \quad \text{Or : } \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{5 \pm \sqrt{(25-16)}}{4} = \begin{cases} 2 \\ 0.5 \end{cases} \\ t = \frac{8 \pm \sqrt{(64-48)}}{6} = \begin{cases} 2 \\ 0.66 \end{cases} \end{cases}$$

Donc, les trajectoires se coupent, en observant les valeurs dans les tableaux on aurait pu déjà constater ce résultat.