

MÉCANIQUE DES FLUIDES ; CHAPITRE 2, Y.A.Cengel, J.M.Cimbala

2.7. Un container de 100 L est rempli d'1 kg d'air à une température de 27°C. Quelle est la pression d'air dans le container ?

Solution

On connaît le volume, la température et la quantité de gaz contenus dans le récipient et l'on recherche la pression exercée sur celui-ci. A cet effet, on peut employer l'équation des gaz parfaits, considérer que les valeurs des paramètres fournies remplissent les conditions permettant de considérer que le gaz a ici un comportement de gaz parfait, la pression étant faible et le taux de volume de gaz occupé par le gaz relativement au volume d'espace disponible est dérisoire. Vérifions cependant ces hypothèses.

En premier lieu, faisons un simple calcul mental ; dans des conditions TPN (température et pression normales), 1.17 kg d'air occupe 1 m³ à 1 atm. . Ici on dispose d'1 kg d'air pour 0.1 m³, c'ad 10 kg par m³. La pression étant proportionnelle aux quantités on peut estimer que la pression sera donc d'environ 8.5 X 1 atm., ce qui reste relativement faible, on peut considérer que la pression étant faible le gaz peut théoriquement être assimilé à un gaz parfait. Effectuons maintenant le calcul précis avec l'équation des gaz parfaits, calculons la pression attendue. On a :

$$\underline{p} = \frac{nRT}{V} = \frac{mRT}{M_a V} = \frac{10^3 * 8.314 * 300.15}{28.9728 * 0.1} Pa \equiv \underline{861390 Pa} \approx 8.6[atm] \quad \text{ceci correspond à la valeur attendue}$$

Calculons également le volume propre du gaz. La masse d'air étant donnée, on peut calculer la quantité effective de celui-ci dans le récipient. Une molécule d'azote ou d'oxygène a un diamètre d'environ 2 angström, on peut évaluer le volume du cube circonscrit à la molécule et déterminer pour une mole de gaz le volume propre approximatif occupé par l'air, comme si on avait assemblé les molécules ensemble en un bloc. Connaissant la quantité effective d'air on peut calculer le rapport de volume effectif au volume du récipient :

$$n_{\text{air}} = \frac{10^3}{28.97} = 34.52[m.] \quad V_{\text{pr mol.}} \approx V_i * N_a = (2 * 10^{-10})^3 * 6.022 * 10^{24} [\frac{m^3}{m}] = 4.8176 * 10^{-6} [\frac{m^3}{m}] \Rightarrow$$

$$V_{\text{propre}} = n * V = 0.166L \Rightarrow \text{fract. vol.} = \frac{V_{\text{propre}}}{V_{\text{container}}} = 1.66 \quad \%$$

On constate donc que le volume propre de l'air reste négligeable devant le volume occupé, l'hypothèse du gaz parfait ici par le biais du volume est ici encore validée. On peut d'ailleurs pour exercice estimer l'écart effectif de volume et de pression en employant l'équation de Van der Waals qui a apporté des correctifs sur le volume et la pression réels : (les const. a et b sont valables pour N₂, on extrapole pour l'air qui contient 20% d'oxygène, mais le résultat serait identique)

$$\text{éq. de Van der Waals} \quad \overbrace{\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)}^{p'} \overbrace{\left(V - nb\right)}^{V'} = nRT \Rightarrow p' - p = \frac{n^2 a}{V^2} = \frac{34.52 * 0.141}{(0.1)^2} = 345 Pa \Rightarrow$$

$$\text{fract. pres.} = \frac{dp}{p'} = \frac{345}{861419} = 0.4 \quad \%$$

$$V - V' = nb = 34.52 * 3.91 * 10^{-5} [m^3] = 1.35L \Rightarrow \text{fract. vol.} = \frac{dV}{V'} = \frac{1.35}{100} = 1.35\%$$

On confirme donc que la fraction relative de pression et de volume ne représentent pas plus d'un pourcent et demie leur grandeurs respectives, on peut utiliser les valeurs obtenues comme estimation d'erreurs sur les valeurs recherchées.

2.8. Une masse de 5 kg d'argon est maintenue à 1400 kPa et à 40°C dans un réservoir, quel est le volume de ce réservoir ?

Solution

On présuppose que le gaz a un comportement de gaz parfait sans le justifier ici, contrairement à la validation faite dans l'ex. précédent. On peut toujours confirmer cette hypothèse à postériori. On emploie donc l'équation des gaz parfait :

$$\underline{V} = \frac{nRT}{P} = \frac{mRT}{M_a P} = \frac{5000 * 8.314 * 313.15}{39.95 * 1.4 * 10^6} [m^3] = \underline{232.75L}$$

On pour quantité d'argon : $n = \frac{m}{M_a} = \frac{5000}{39.95} [\text{moles}] = 125 [\text{moles}]$ Le volume propre d'argon est donc :

$$V_{\text{propre}} = n * V_{\text{mol}} = n * V_{\text{molécul.}} * Na = n * (10^{-10})^3 * Na = 0.075L \Rightarrow \text{fract. vol.} = \frac{0.075}{233} = 0.3 \text{ } \%$$

On confirme donc que la fraction relative de volume est négligeable, la loi des gaz parfaits s'applique ici encore. On ne vérifiera plus la validité d'application de la loi des gaz parfait pour les exercices suivants.

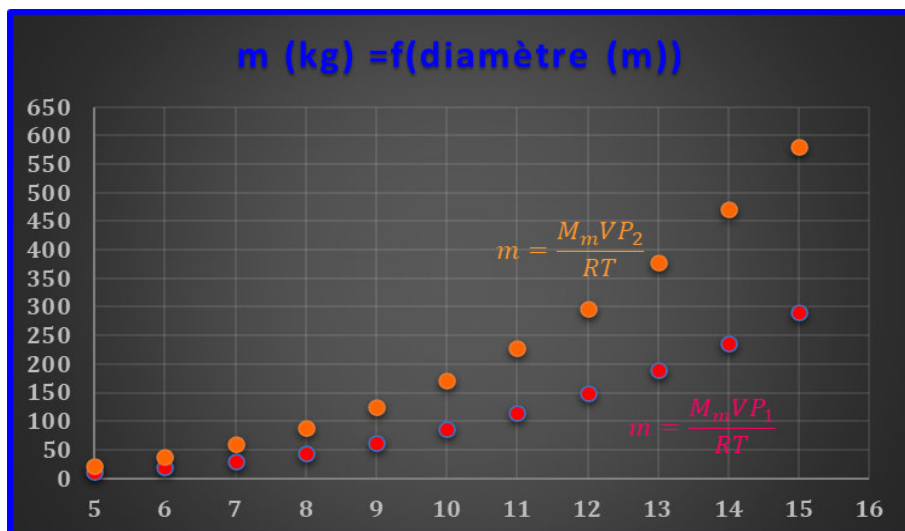
2.9. Un fluide qui occupe un volume de 32L pèse 280N dans un endroit où l'accélération de la gravité est de 9.80 m/s². Déterminer la masse de ce fluide et sa masse volumique.

$$\underline{m} = \frac{P}{g} = \frac{280}{9.8} kg = 28.6 [kg] \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{28.6}{0.032} = 898 [kg/m^3]$$

2.10. Un ballon sphérique d'un diamètre de 9 mètres est rempli d'hélium à 20°C et à 200 kPa. Déterminer le nombre de moles et la masse de cet hélium dans le ballon.

$$\underline{n} = \frac{VP}{RT} = \frac{4 * \pi (4.5)^3 * 2 * 10^5}{3 * 8.314 * 293.15} [m.] = 31.32 [k.m.] \Rightarrow m = nM = 4.003 * 31.32 [kg] = 125.38 [kg]$$

2.11. Reconsidérer le Prob. 2-10. En utilisant le logiciel EES (ou un autre), étudier l'effet du diamètre du ballon sur la masse d'hélium contenu dans le ballon pour des pressions de (a) 100 kPa et (b) 200 kPa. Faire varier le diamètre de 5 à 15 m. Tracer la masse d'hélium en fonction du diamètre dans chaque cas.



Le volume de gaz étant proportionnel au diamètre au cube, pour une pression et température constante, la masse varie avec le cube du diamètre. C'est ce que montre le graphique. La masse molaire étant constante, la volume molaire est donc constant. Afin de maintenir une pression constante, il semble logique que l'augmentation de volume est corrélée à la quantité de gaz, donc pratiquement on en ajoute au fur et à mesure de cette augmentation.

2.12. La pression dans le pneu d'une voiture dépend de la température de l'air dans le pneu. Quand la température de l'air est de 25 °C, la jauge de pression indique 210 kPa. (a) Si le volume du pneu est 0,025 m³, déterminer l'augmentation de pression dans le pneu quand la température dans le pneu atteint 50 °C. (b) Déterminer également la quantité d'air qui doit être expulsée pour restaurer la pression à sa valeur initiale à cette température. Prendre la pression atmosphérique à 100 kPa.

Solution (a) La pression indiquée est la pression de jauge de l'appareil calibré pour lire la pression relative, déduite de la pression atmosphérique, pour connaître la pression absolue de l'air dans le pneu, on ajoute la pression atmosphérique indiquée (100 kPa). $P_{abs} = P_{jau} + P_a = 310 \text{ kPa}$. On emploie à nouveau l'équation des gaz parfaits et établit la relation entre les températures et les pressions du gaz dans un volume confiné, $\Rightarrow V$ constant ; donc les autres paramètres étant identiques par ailleurs, on a :

$$nR = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 T_2}{T_1} = 336 \text{ kPa} \Rightarrow \underline{dP = P_2 - P_1 = 17.6 \text{ kPa}}$$

(b) Dans le second cas la pression reste constante, seules varient les températures et le nombre de moles de gaz. On calcule au préalable la quantité initiale de gaz, connaissant les autres valeurs de paramètres.

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1 = \frac{P_1 V_1}{T_1 R} = \frac{310000 \cdot 0.025}{(273.15 + 25) \cdot 8.31447} = 3.126 \quad [\text{moles}] \\ P_1 V_1 = P_2 V_2 \xrightarrow{P_1 = P_2} n_1 T_1 = n_2 T_2 \Rightarrow dn = n_2 - n_1 = \frac{n_1 T_1}{T_2} - n_1 = n_1 \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1} \right) \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$dn = 3.126 \frac{-25}{273.15 + 25} = -0.262 \quad [\text{moles}] \Rightarrow dm = M_a * dn = -7.6 \text{ g}$$

Le volume confiné étant invariable, pour procéder dans la pratique à l'expulsion de cette quantité de gaz, on calcule le volume molaire initial (à T°C de 25), ce qui nous permet de calculer l'équivalent de volume d'air qu'il faut effectivement expulser par exemple au moyen d'un débitmètre ;

$$V_m = \frac{V}{n} = \frac{V_{\text{equiv.}}}{dn} = \frac{0.025}{2.1179} = \frac{V_{\text{equiv.}}}{-0.1776} \Rightarrow V_{\text{equiv.}} = V_m * dn = -8 \text{ L}$$

REMARQUE : erreur dans l'énoncé, la pression recommandée devait être de 30 psi et non 320psi (probable coquille)

2-13 L'air dans le pneu d'une automobile possède un volume de 0,53 ft³ à 90 °F et 20 psig. Déterminer également la quantité d'air qui doit être ajoutée pour atteindre la valeur de pression recommandée de 30 psig. Prendre la pression atmosphérique à 14,6 psia et considérer la température et le volume comme constants. Réponse : 0,0260 lbm

Solution Procédons d'abord à la conversion des unités :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m} \Rightarrow 0.53 \text{ ft}^3 = 0.015 [\text{m}^3] \\ T(C) = T(F) - 32 * \frac{5}{9} = 32.22 \text{ C} \\ 1 \text{ psi} = 6.894757 \text{ kPa} \Rightarrow 20 \text{ psi} = 137895.14 \text{ Pa} \quad 30 \text{ psi} = 206842.71 \text{ Pa} \\ 1 \text{ lbm} = 0.45359237 \text{ kg} \end{array} \right.$$

Le volume confiné étant invariable de même que la température, seule la pression augmente avec la quantité d'air ajoutée. On calcule au préalable la quantité initiale d'air à l'aide de l'éq des gaz parfait, puis pose une seconde équation des gaz parfaits simplifiée :

$$\left\{ \begin{array}{l} n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 0.815 \quad [\text{moles}] \\ \frac{P_1}{n_1} = \frac{P_2}{n_2} \Rightarrow dn = n_2 - n_1 = \frac{n_1 P_2}{P_1} - n_1 = n_1 \left(\frac{P_2 - P_1}{P_1} \right) = 0.815 \frac{2.2 \text{ MPa} - 0.138 \text{ MPa}}{0.138 \text{ MPa}} = 0.40756 \quad [\text{moles}] \Rightarrow \\ \underline{m} = nMa = 0.4 * 28.97g = 11.8g = \underline{0.026 \text{ lbm}} \end{array} \right.$$

2.14 Un récipient rigide contient 20 kg d'air à 140 kPa et 20 °C. On ajoute plus d'air dans le container jusqu'à ce que la pression d'air atteigne 250 kPa et 30 °C, respectivement. Déterminer la quantité d'air ajouté au container. Rép 14.5 kg.



Solution On procède de manière similaire à un exercice précédent en appliquant l'éq. des gaz parfaits. On détermine une inconnue de l'état initial : le volume initial de gaz ; comme ce volume demeure constant, on détermine ensuite la quantité finale en tenant compte des nouveaux paramètres de température et de pression :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_1 = \frac{n_1 RT_1}{P_1} = \frac{m_1 RT_1}{Ma P_1} = \frac{20000 * 8.314 * (273.15 + 20)}{28.97 * 140000} = 12.01 \quad [m^3] \\ m_2 = \frac{Ma P_2 V_2}{RT_2} = \frac{Ma P_2 V_1}{RT_2} = \frac{28.97 * 250000 * 12.01}{8.314 * (273.15 + 30)} = 34536g = 34.5kg \Rightarrow \underline{dm} = 34.5 - 20 \quad kg = \underline{14.5 \quad kg} \end{array} \right.$$

En cours, développement avancé un peu poussif.....

2-15 La masse volumique de l'air atmosphérique varie avec la hauteur, diminuant lorsque l'altitude augmente.

(a) Utiliser les données de la table pour obtenir une relation pour la variation de la masse volumique ρ avec la hauteur et calculer ρ pour une hauteur de 7 000 m.

(b) Calculer la masse de l'atmosphère en utilisant la corrélation obtenue. Considérer la Terre comme une sphère parfaite d'un rayon de 6 377 km, et prendre l'épaisseur de l'atmosphère à 25 km.

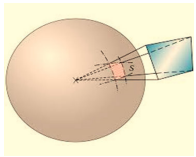
Solution

On procède ici de 2 manières afin de répondre aux deux problèmes (principalement dans l'ordre posé) :

- en formulant des équations mathématiques simples (équation d'approximation graphique de tableur/ Lagranges..., moyennes) à partir des données empiriques, et en les appliquant aux variables physiques du problème, ce qui est implicitement suggéré par l'énoncé et compte tenu du niveau débutant de ce chapitre et ceci sans analyse du problème. Pour la partie (b) en faisant des moyennes mathématiques simple sur les données empiriques, càd une moyenne des moyennes sur des intervalles ou une intégration de l'intégrale de la fonction obtenue en (a) sur la variable volume ce qui par définition de l'intégrale donne la masse totale.

- en formulant des équations théoriques mathématiques avancées à partir de différentes lois et formulations théoriques du problème. En substance, à partir des principes mathématiques et des équations différentielles posées sur des équations physiques, déterminées dans un cadre simplifié, déduire des équations théoriques reliant les différents paramètres et analyser leur validité par rapport aux données et calculs empiriques précédents.

r, km	h km	$\rho, kg/m^3$	$\Delta \rho kg/m^3$
6377	0	1.225	
6378	1	1.112	0.113
6379	2	1.007	0.105
6380	3	0.9093	0.098
6381	4	0.8194	0.090
6382	5	0.7364	0.083
6383	6	0.6601	0.076
6385	8	0.5258	0.13
6387	10	0.4135	0.11
6392	15	0.1948	0.22
6397	20	0.08891	0.10
6402	25	0.04008	0.05

$$\text{Écart relatif} = \frac{\Delta V_S}{V_{Si}} = \frac{(V_{i+2} - V_{i+1}) - (V_{i+1} - V_i)}{V_{i+1} - V_i} \stackrel{i=0}{=} \frac{4\pi((R_{ter.} + h_2)^3 - (R_{ter.} + h_1)^3) - ((R_{ter.} + h_1)^3 - (R_{ter.} + h_0)^3)}{3((R_{ter.} + h_1)^3 - (R_{ter.} + h_0)^3)}$$


On ajoute également une colonne des altitudes h dont la référence zéro correspond au rayon hypothétique parfait de la terre, 6377 km. **(a)** La table de données nous permet d'établir une équation d'approximation intrapollée éq. de courbe de tendance d'un tableur (Excel) ou éq. déterminées par des méthodes mathématiques (ici, polynôme d'intrapollation de Lagrange), on établit également une éq. par une méthode statistique (moindres carrés), cette dernière sera abordé postérieurement à la rédaction des solutions du chap 2. A partir de ces éq. on calcule ρ pour la hauteur de 7 km. Comme indiqué plus haut, on développe également (seconde méthode), une éq. différentielle à partir des lois de Pascal, Newton et des gaz parfaits aboutissant à une éq. théorique à comparer aux données empiriques. **(b)** On calcule ensuite la masse totale d'atmosphère par le produit du volume de celui-ci calculé géométriquement et d'une moyenne des moyennes des ρ ou comme l'intégrale de $\rho(h)$ par des éléments de volumes ou (sec. méthode) par le produit du volume total par la moyenne de l'intégrale de l'équation théorique de la masse volumique en fonction de la hauteur (cette intégrale divisé par la hauteur maximale) ou encore directement par une intégrale des éléments de masse, si l'on considère des él. de volume fixe, donc constants dans lesquels la quantité de matière diminue en fonction de la hauteur, justifiant de la corrélation inverse de ρ à la hauteur.

$\rho = f(h)$

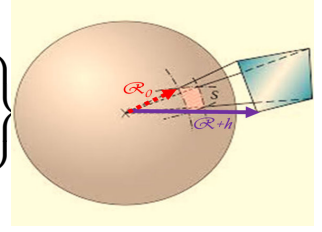
$$y = -0.000000000000000000000000x^6 + 0.0000000000000000000019528x^5 - 0.0000000000000000437482712x^4 + 0.00000000000003559103569110x^3 + 0.00000000025480588513579300x^2 - 0.00011500505246867000000000x + 1.224705971933810000000000$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(h)_{\text{Lagrange}} = 2.2510^{-9}h^2 - 1.0310^{-4}h + 1.225 = 0.61kg/m^3 \\ \rho(h)_{\text{Excel}} = 2.2310^{-9}h^2 - 1.0110^{-4}h + 1.225 = 0.6kg/m^3 \end{array} \right.$$

Rem.; les coeff. de l'éq. de 2è degrés du polynôme de Lagrange sont assez proches de ceux intrapollés par le tableur (<2% ER). Les approxim. Excel/Lagrange donnent : $\rho(7km) = 0.6 \text{ kg/m}^3$ Ecart Relatif : < 2%
Moy arith (6/8) = 0.59 kg/m³

(b) Masse totale par la méthode du produit du volume total par la moyenne des moyennes des ρ Au préalable, on intrapole simplement les masses volumiques inconnues en divisant l'étendue d'un intervalle par le nombre de divisions (ici 1 km par division), ce qui nous donne l'accroissement unitaire moyen de masse volumique que l'on ajoute successivement aux hauteurs, par ex en partant de 10km à 15km, un intervalle moyen de masse volumique $d = (0.19-0.41)/5$. Les ρ successifs sont alors $\{ 0.41; 0.41+ d; 0.41 + 2d \dots \}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\rho} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} \frac{\rho_{i+1} + \rho_i}{2} = 0.408 \text{ kg/m}^3 \\ V_{at.} = \frac{4\pi(R_{ter.} + h)^3}{3} - \frac{4\pi(R)^3}{3} = 1.2826 * 10^{19} \text{ m}^3 \Rightarrow \bar{M} = \rho * V = 5.235 * 10^{18} \text{ kg} \end{array} \right\}$$



(b) Masse égale à l'intégrale de la masse volumique sur la variable volume

$$\begin{aligned} m &= \int dm = \int \rho dV = \int \rho(h) d\left(\frac{4\pi(R_{ter.} + h)^3}{3} - \frac{4\pi(R)^3}{3}\right) = \frac{4\pi}{3} \int \rho(h) 3(R + h)^2 dh = \\ &= 4\pi \int (2.2510^{-9}h^2 - 1.0310^{-4}h + 1.225)(R^2 + h^2 + 2hR)dh = \alpha \int (Ah^2 - Bh + C)(R^2 + h^2 + 2hR)dh = \\ &= \alpha \int (AR^2h^2 - BR^2h + CR^2 + Ah^4 - Bh^3 + Ch^2 + 2ARh^3 - 2BRh^2 + 2CRh)dh = \\ &= \alpha \int_{h=0}^{h=25000} Ah^4 + (2AR - B)h^3 + (AR^2 + C - 2BR)h^2 + (2CR - BR^2)h + CR^2 dh \xrightarrow[\text{constante d'intégration} = 0]{h=0 \Rightarrow m_0 = 0 = m(0)} \\ m &= 4\pi \left(\frac{Ah^5}{5} + (2AR - B)\frac{h^4}{4} + (AR^2 + C - 2BR)\frac{h^3}{3} + (2CR - BR^2)\frac{h^2}{2} + CR^2h \right) \Big|_{h=0}^{h=25000} = \\ &= 5.18733 * 10^{18} \text{ Kg} \end{aligned}$$

L'écart relatif par rapport à la masse moyenne obtenue ci-haut $\frac{m - \bar{M}}{\bar{M}} = 0.9\%$. Cette précision de la masse obtenue par le produit du volume total à la moyenne de masse volumique par rapport au calcul de l'intégration démontre que l'approximation au kilomètre de hauteur est très bonne pour un calcul à moins d'un pourcent près. Mais il faut remarquer que l'équation de la masse volumique a été intrapollé dans les deux cas sur des valeurs empiriques. On doit maintenant effectuer des calculs théoriques et vérifier si à partir des lois physiques on peut trouver des résultats proches

Méthode II (a) On pose les équations de Pascal et de Newton (1) ainsi que celle des gaz parfaits (2). La dernière nous permet de résoudre l'équation de Pascal sous forme différentielle à une variable, en montrant que la pression de l'air est proportionnelle à la masse volumique de l'air (fonction de l'altitude), de la gravité et l'altitude, en négligeant la variation "altitudinale" de la température. On peut également la formuler en fonction de T variant linéairement avec l'altitude (simplification, donnée expérim. usuel. $-0.65 \text{ } ^\circ\text{C} / 100\text{m}$) ou à partir de la loi des gaz parfaits. En effet, commençons par cette dernière formulation, c'est-à-dire la variation de la température en fonction des autres variables pertinentes. Rem : signes après intégration ; la température diminue avec l'altitude et identiquement à la variation de masse volumique, la hauteur h° de réf = 0. Même type de constat pour la corrélation de variation entre p, h et m/v)

$$\begin{aligned} dT &= d\left(\frac{PV_n}{R}\right) = \frac{V_n}{R}dP + \frac{P}{R}dV_n \xrightarrow[V_n = M_a/\rho]{dP = d(\rho gh)} \frac{M_a gh}{\rho R}d\rho + \frac{M_a \rho g}{\rho R}dh - \frac{M_a P}{R\rho^2}d\rho = \left(\frac{M_a gh}{\rho R} - \frac{M_a P}{R\rho^2}\right)d\rho - \\ \frac{M_a g}{R}dh &= \frac{M_a}{\rho R} \left(gh - \frac{P}{\rho} \right) d\rho - \frac{M_a g}{R}dh \xrightarrow[P = \rho gh]{=} \frac{M_a g}{R}dh \Rightarrow T = -\frac{M_a g}{R}h + T_0 \Rightarrow \Delta T_{1\text{km}} = 4.5 * 10^{-5} \end{aligned}$$

On constate que le calcul théorique conduit à une dégression de la température dérisoire par rapport à celle empirique de 6.5° par km de dénivelé, ce qui signifie que l'équation posée était fausse ou que d'autres facteurs interviennent et dans ce cas il faut poser d'autres formulations.

SUITE PLUS TARD...

Développement de l'éq. de la masse volumique en fonction de la hauteur (et T) par la méthode différentielle

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) p = \frac{P_{\text{él. d'air}}}{S} = \frac{Mg}{S} = \frac{Mgh}{V} = \rho gh \xrightarrow[\text{pour } dh > 0]{dp < 0} dp = -\rho(h)gdh + gh d\rho \\ (2) \rho = \frac{M}{V} = \frac{M_a n p}{nRT} = \frac{M_a p}{RT} \quad (3) T = T_0 - (0.0065h(m) + 273.15) \end{array} \right\} \Rightarrow dp = \frac{-M_a p g dh}{RT} + \frac{gh M_a dp}{RT}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{p} = \frac{-M_a g dh}{RT} + \frac{gh M_a dp}{RT p} \Rightarrow (1 - \frac{gh M_a}{RT}) \frac{dp}{p} = \frac{-M_a g dh}{RT} \Rightarrow p = (\frac{RT}{RT - gh M_a}) p_0 e^{-\frac{M_a g h}{RT}} \\ \rho(h) = \frac{M_a}{RT} * (\frac{RT}{RT - gh M_a}) p_0 e^{-\frac{M_a g h}{RT}} = (\frac{M_a}{RT - gh M_a}) p_0 e^{-\frac{M_a g h}{RT}} \Rightarrow \rho \xrightarrow[T_0 = 293.15^\circ K]{h = 7000m} 16 kg/m^3???? \text{Revoir formule} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) -dp = \rho(h)gdh \\ (2) \rho = \frac{M}{V} = \frac{M_a n p}{nRT} = \frac{M_a p}{R(T_0 - (0.0065h + 273.15))} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{dp}{p} = \frac{-M_a g dh}{R(T_0 - T_0 * 0.0065h)} \Rightarrow p = p_0 e^{-\frac{M_a g \ln(T_0 - 0.0065T_0 h)}{R(-0.0065T_0)}} \\ \rho(h) = \frac{M_a}{R(T_0 - T_0 * 0.0065h)} * p_0 e^{-\frac{M_a g \ln(T_0 - 0.0065T_0 h)}{R(-0.0065T_0)}} \end{array} \right.$$

Les valeurs numériques pour une altitude de 7 km à $T_0 = 26.85^\circ C$ sont :

$$\rho(h) = \frac{0.02897}{8.314 * 300} * 101325 * e^{-\frac{0.02897 * 9.81 * 7000}{8.314 * 300}} = 0.53 kg/m^3 \quad \rho(h(T))$$

.....ETC

(b) La masse de l'atmosphère est déterminée par la formule de moyenne :

$$m = \int dm = \int d(\rho V) = \int (d\rho V + \rho dV) = \int (d\rho V + \frac{m}{V} dV) = \int (d(\frac{\rho}{V}) V + \frac{m}{V} dV) =$$

$$m = \int \left(\left(\frac{d\rho V - \rho dV}{V^2} \right) V + \frac{m}{\rho h} \rho dh \right) = \int \left(d\rho - \left(\rho \frac{dV}{V} \right) + \frac{m}{h} dh \right) = \int \left(d\rho - \left(\rho \frac{\rho dh}{\rho h} \right) + \frac{m}{h} dh \right)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} (1) \int (d\rho(h) - (\rho(h) \frac{dh}{h}) + \frac{m(h)}{h} dh) \Rightarrow m'(h) = \rho'(h) - \frac{\rho(h)}{h} + \frac{m(h)}{h} \Rightarrow \\ (2) \int (d\rho - (\rho \frac{dh}{h}) + \frac{\rho h}{h} dh) = \end{array} \right.$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} (1) \frac{1}{h} m(h) - m'(h) + \frac{1-h}{h} (\frac{M_a}{RT - gh M_a}) p_0 e^{-\frac{M_a g h}{RT}} = 0 \text{ éq diff de la forme } Y - XY' + f(x) = 0 \\ (2) \end{array} \right.$$