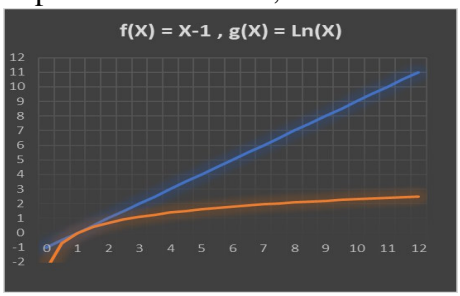
MÉCANIQUE DES FLUIDES; CHAPITRE 5, Y.A.Cengel, J.M.Cimbala

5-1C An ideal gas at a given state expands to a fixed final volume first at constant pressure and then at constant temperature. For which case is the work done greater?

Solution Le système fournit un travail dans 2 conditions différentes, à pression et à température constante. On développe l'équation appliquée aux deux processus isothermes et isobares permettant d'estimer la différence entre les deux valeurs obtenues en posant selon le sens évident d'expansion que le volume final est le produit d'un facteur k plus grand que 1 par le volume initial lors de ces opérations (V2= kV1>V1):

$$\left.\begin{array}{l} W_{P=\text{ cte}} = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -PV\Big|_1^2 = -P(V_2 - V_1) \overset{V_2=kV_1,k\geq 1}{=} -P_1V_1(k-1) \\ W_{T=\text{ cte}} = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V}dV \overset{nRT_1=P_1V_1}{=} -P_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1} \overset{V_2=kV_1,k\geq 1}{=} -P_1V_1\ln k \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{|W_P|}{|W_T|} = \frac{P_1V_1(k-1)}{P_1V_1\ln k} = \frac{(k-1)}{\ln k} \quad |k>1$$

On recherche la condition pour lesquelle ce rapport est différent de 1 afin de démontrer la relation d'ordre entre les deux valeurs de travail. Or , comme le développement mathématique et le graphique de comparaison le montre,



$$\exists m \mid k \overset{k>1}{=} m+1 \Rightarrow (k-1) = m \quad \ln(m+1) \overset{\text{dév. Leibniz}}{=} m - \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{3}\ldots$$

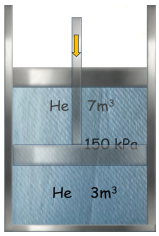
$$(k-1) = m \geq m - \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{3}.. = \ln(m+1) = \ln k \Rightarrow (k-1) \geq \ln k$$

le travail produit à P= cte est plus grand qu' à T=cte.

$$|W_{P=\text{ cte}}| = P_1V_1(k-1) \geq P_1V_1\ln k = |W_{T=\text{ cte}}|$$

5-2 Show that 1 kPa.m3 = 1 kJ. $\quad 1kPa*m^3 = 1000\left[\frac{N}{m^2}\right]*1[m^3] = 1000[N*m] = 1[[kJ]$

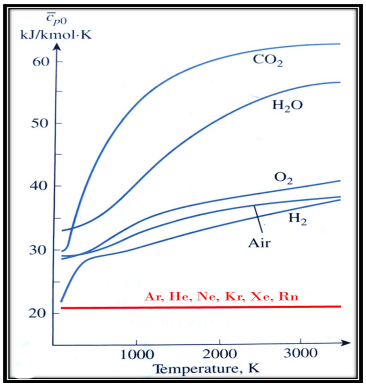
5-3 The volume of 1 kg of helium in a piston-cylinder device is initially 7 m3. Now helium is compressed to 3 m3 while its pressure is maintained constant at 150 kPa. Determine the initial and final temperatures of helium as well as the work required to compress it, in kJ.



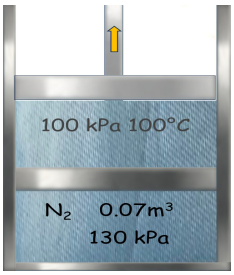
Considérons le système fermé contenant l'hélium au volume initial et à la pression constante définie. La pression de l'hélium étant en dessous de la pression critique (230kPa), on peut appliquer la loi des gaz parfaits sans erreur notable afin d'établir une relation entre la température finale et initiale. Par ailleurs , comme aucune forme d'énergie n'est fournie et extraite du système à l'exception du travail de compression effectué sur le système, la variation d'énergie interne égale à ce travail de volume, ce qui nous permet d'établir une seconde équation des températures. On trouve Cv à 300°K en 1ère approximation.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \overset{P_1=P_2=P}{\Rightarrow} T_2 = T_1\frac{V_2}{V_1} \quad dU = \overset{=0}{dQ} + dW \\ W_{Vol} = +P(V_2 - V_1) = \Delta U = mC_v(T_2 - T_1) \\ C_v(Ti) = Cte \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} \frac{P\Delta V}{mC_v} + T_1 = T_2 = T_1\frac{V_2}{V_1} \Rightarrow T_1 = \frac{PV_1}{mC_v} = \frac{1.5*10^5*7}{1*3115.6} = 337°K \\ T_2 = \frac{PV_2}{mC_v} = \frac{1.5*10^5*3}{1*3115.6} = 144.43°K \; OU \; T_2 = T_1\frac{V_2}{V_1} = 144.43°K \\ W_{P=\text{ cte}} = +P\Delta V = 600KJ \end{array}\right.$$

Mais la chaleur spécifique à pression ou volume constant pour l'hélium est de toute manière indépendante de la température (fig 5-24), autrement on aurait été contraint d'estimer sa valeur à la température moyenne et donc corriger le résultat obtenu a posteriori, ou d'employer le ploynôme d'approximation (v. ex 5-4) ou les valeurs éventuellement fournies par les tables.



5-4 A piston-cylinder device initially contains 0.07 m3 of nitrogen gas at 130 kPa and 120°C. The nitrogen is now expanded polytropically to a state of 100 kPa and 100°C. Determine the boundary work done during this process.



Le système subit une expansion adiabatique avec baisse de pression et température. Le 1er principe de la thermodynamique nous permet de déterminer la relation entre p et V:($\bar{V}$ étant pris ici pour volume molaire, n est donc intégré dans le rapport V/n) 1er Princ. Therm. $dU = dQ + dW$

$$\Rightarrow dQ = dU - dW \overset{dW<0}{=} C_v\Delta T - (-PdV) = C_v\Delta T + \frac{RT}{\bar{V}}dV \overset{\text{exp. adiab.}}{=} 0 \Rightarrow \int_{T_1}^{T_2} C_v\frac{dT}{T} = -\int_{\bar{V}_1}^{\bar{V}_2}\frac{R}{\bar{V}}dV \Rightarrow$$

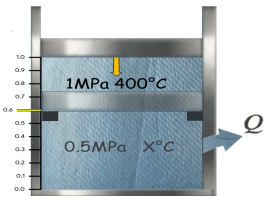
$$C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -R\ln\left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1}\right) \overset{*\frac{1}{C_V}}{\underset{T=\frac{P\bar{V}}{R}}{\Rightarrow}} \ln\left(\frac{\frac{P_2\bar{V}_2}{R}}{\frac{P_1\bar{V}_1}{R}}\right) = \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)+\ln\left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1}\right) = \frac{-R}{C_v}\ln\left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1}\right) \overset{a\ln b=\ln b^a}{\Rightarrow} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \ln\left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1}\right)^{\frac{-C_v-R}{C_V}} \overset{R+C_V=C_p}{=}$$

$$\ln\left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1}\right)^{-\gamma} \overset{X^{-y}=\frac{1}{X^y}}{=} \ln\left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}\right)^{\gamma} \Rightarrow \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \ln\left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}\right)^{\gamma} \Rightarrow \left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2}\right)^{\gamma} \Rightarrow P_1\bar{V}_1^{\gamma} = P_2\bar{V}_2^{\gamma} = P\bar{V}^{\gamma} = C \Rightarrow P = C\bar{V}^{-\gamma}$$

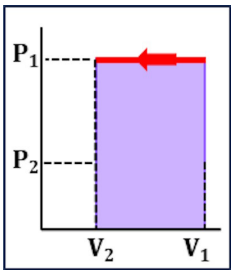
Le travail molaire peut maintenant être caclulé en remplaçant le produit P$\bar{V}$ par RT. On peut prendre pour valeur de gamma de la table A-2, la valeur intermédiaire entre 100 et 120 degrés (373-393 Kelvin) , mais aussi au moyen d'une formule de linéarité en première approximation, puis en employant l'équation polynômiale d'approximation. La différence entre les 3 valeur obtenues étant inférieur de 0.1 %, on prend une valeur intermédiaire.

$$\left\{\begin{array}{l} \bar{W} = \int_1^2 PdV = C\int_1^2 \bar{V}^{-\gamma}d\bar{V} = P_{1/2}\bar{V}_{1/2}^{\gamma}\frac{\bar{V}_2^{-\gamma+1}-\bar{V}_1^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} = \frac{P_2\bar{V}_2-P_1\bar{V}_1}{1-\gamma} \\ k = \frac{\Delta_\gamma}{\Delta T} = \frac{\gamma_f-\gamma_1}{T_f-T_1} = \frac{\gamma_2-\gamma_1}{T2-T1} \Rightarrow \gamma_f = \gamma_1 + (T_f - T_1)\frac{\gamma_2-\gamma_1}{T2-T1} = 1.3975 \\ \bar{C}_P(T) = a + bT + cT^2 + dT^3 = 21[\frac{KJ}{kmol.K}] = \bar{C}_v(T) + R_u \\ \Rightarrow \gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.3958 \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} P_j\bar{V}_j = RT_j \Rightarrow \\ \bar{W} = \frac{R(T_2-T_1)}{1-\gamma} = \frac{8.314(373-393)}{1-1.397} = 418[J/mole] \\ W_{vol} = \bar{W} * n = \bar{W} * \frac{\rho_{N_2}V_{N_2}}{M_{N_2}} = \\ 418 * \frac{1.25*0.07}{28.013*10^{-3}}[J] = 1.3[KJ] \end{array}\right.$$

5-5 A piston-cylinder device with a set of stops initially contains 0.3 kg of steam at 1.0 MPa and 400°C. The location of the stops corresponds to 60 percent of the initial volume. Now the steam is cooled. Determine the compression work if the final state is (a) 1.0 MPa and 250°C and (b) ??? 500 kPa. (c) Also determine the temperature at the final state in part (b).



Solution a) De la vapeur d'eau est contenue dans un système fermé. La température initiale étant très élevée relativement à la ligne triple et la pression relativement basse par rapport aux valeurs critiques de l'eau, on se situe dans les conditions d'état de gaz idéal et on peut donc appliquer en 1ère approximation l'équation des gaz parfaits sans erreur notable sur les valeurs calculées . A T=400°C. la pression de vapeur saturante est de l'ordre de 22 MPa» 1MPa et à 0.5MPa la température de saturation est 150°C < 250°C , donc le contenu initiale et final du cyclindre n'est composé que de vapeur. L'éq. des gaz parfait à P=cte nous permet de cacluler le volume initial et le rapport des volumes, puis le volume final , puis le travail isobare (positive comme attendue).



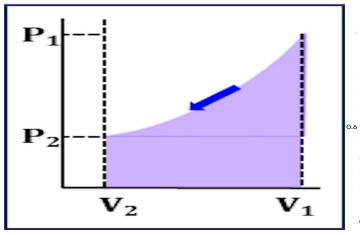
$$\left\{\begin{array}{l} V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = \frac{mRT_1}{MP_1} = \frac{0.3*8.314*673}{18*10^{-3}*10^6} = 0.093[m^3] \\ \frac{V_1}{T_1} \overset{(a)}{=} \overset{P_1=P_2}{=} \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 0.77 \Rightarrow V_2 = 0.07247[m^3] \\ (P + \frac{an^2}{V^2})(V - nb) = nRT \Rightarrow RTV^3 - 2aV^2 + 4abV - 2ab^2 = 0 \\ \Rightarrow V_1 = 0.092[m^3] \quad V_2 = 0.7156[m^3] \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} W_{isob.} = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -P\Delta V \\ = -10^6(0.072 - 0.093) \\ = 20.786[KJ] \quad (20.524[KJ]) \end{array}\right.$$

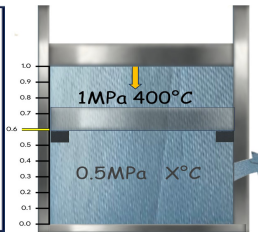
b) Selon la lecture logique du problème, le refoidissement du système serait identique dans les deux cas, on peut imaginer que cette constante est liée au taux de condutivité identique du récipient ou un refroidissement actif du système égal dans le deux cas, donc le taux de transfert thermique vers l'environnement n'est pas nul. Aussi, on connaît la pression finale inférieure au premier processus mais non la température finale, nécessairement et également inférieure. Le processus n'est donc ici pas isotherme, de la chaleur étant évacuée, le système est fermé mais la transformation non adiabatique. Par ailleurs, si la température finale est assez basse, il y a liquéfaction possible et il faudrait déduire le volume liquide du volume final dans le calcul du travail . Posons l'équation du premier principe de la thermodynamique, on a 2 inconnues la température et le volume finaux, si on parvient à calculer la perte de chaleur à partir du premier processus. En effet en calculant une moyenne de chaleur spécifique à volume constant du premier processus et l'employant en 1ère approximation dans la situation b ((Moy 400-250), pour exemple diff Moy 400-125 <1.5%), équation en b), il nous reste plus qu'à déterminer ces deux inconnues liées par l'éq des gaz parfait.

EN COURS DE RÉFLEXION , NON TERMINÉ. L'indication des butées à 60 % du volume initial peut certainement nous permettre de résoudre le problème, éventuellement une fois démontré que le volume final ne peut être supérieur à ce volume... , on obtient alors la dernière inconnue! EUREKA! enfin en partie

$$\begin{cases} d_aU = d_aQ + d_aW \Rightarrow d_aQ = d_aU - d_aW_{isob} = n\bar{C}_V^a \Delta^a T - d_aW_{isob} \\ d_bU = d_bQ + d_bW \Rightarrow d_bW = d_bU - d_bQ \overset{d_aQ=d_bQ}{=} n\bar{C}_V^b \Delta^b T - d_aQ \\ \bar{C}_P^a(T_1) = a + bT + cT^2 + dT^3 = 35.67[\frac{KJ}{kmol.K}] \\ \bar{C}_P^a(T_2) = a + bT + cT^2 + dT^3 = 37.21[\frac{KJ}{kmol.K}] \\ \bar{C}_v^a(T_2) = \bar{C}_P^a(T_2) - R_u = 28.9[\frac{KJ}{kmol.K}] \\ \bar{C}_v^a(moy) = 28.1[\frac{KJ}{kmol.K}] \quad n = \frac{m}{M} = \frac{0.3}{180.0152} = 0.01665[moles] \\ V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{mRT_2}{M_mP_2} = \frac{0.3*8.314*T_2}{18*10^3*0.5*10^6} \Rightarrow V_2 = 0.1 * 10^{-3}T_2 \\ d_bW \overset{\bar{C}_V^b \approx \bar{C}_V^a}{=} n\bar{C}_V^a \Delta^b T - d_aQ = 0.016 * 28.9(T_2 - 673) - 91[KJ] \end{cases}$$

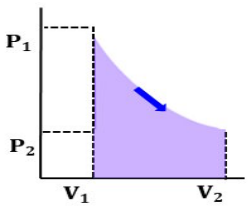
$$\begin{cases} d_bQ = d_aQ = n\bar{C}_V^a \Delta^a T - d_aW_{isob} \\ = 0.016 * 28.1 * 150 - 20.78 = -91[KJ] \\ W_b == [KJ] \end{cases}$$





5-6 A piston-cylinder device initially contains 0.07 m3 of nitrogen gas at 130 kPa and 180°C. The nitrogen is now expanded to a pressure of 80 kPa polytropically with a polytropic exponent whose value is equal to the specific heat ratio (called isentropic expansion). Determine the final temperature and the boundary work done during this process.

Solution Dans l'exercice 5-4 on a tiré l'équation mettant en relation la pression et le volume du gaz en condition polytropique (adiabatique), elle nous permet donc de calculer la volume final. On prend en première approximation pour valeur de l'expansion isentropique celle de la table correspondant à 180 °C (177°C). Le travail de volume est également calculé en applicant l'équation idoine. Le volume trouvé nous permet de calculer la 6è inconnue dans l'équation des gaz parfait applicable ici dans les conditions de température élevée (bien au-dessus de la temp. de condensation et en dessous de la valeur critique) et à pression relativement basse (de l'ordre de patm)



$$\begin{cases} \overset{\rightsquigarrow}{T}_{adiab.} 0 = dq = dU - dW \Rightarrow P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma \Rightarrow V_2 = V_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \\ W = \int_1^2 PdV = C\int_1^2 V^{-\gamma}dV = P_{1/2}V_{1/2}^\gamma \frac{V_2^{-\gamma+1} - V_1^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-\gamma} \\ \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2V_2T_1}{P_1V_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_2 = 0.07\left(\frac{1.3}{0.8}\right)^{\frac{1}{1.399}}[m^3] = 0.099[m^3] \\ W = \frac{1.3*10^5*0.099 - 0.8*10^5*0.099}{1-1.399} = 2.949[KJ] \\ T_2 = \frac{8*10^5*0.099*453}{1.3*10^5*0.07}^\circ K = 394.42^\circ K(121.2^\circ C) \end{cases}$$

La temprérature finale étant de 121 °C, on peut prendre pour constante d'expansion isentropique la valeur intermédire entre les 2 températures (150 °C), or la valeur intermédiare étant de 1.3995, l'erreur relative sur le volume serait dans ce cas là de 0.01 % , donc un calcul précis n'a ici aucun intérêt.

5-7 A mass of 5 kg of saturated water vapor at 300 kPa is heated at constant pressure until the temperature reaches 200°C. Calculate the work done by the steam during this process. ***Answer: 165.9 kJ***

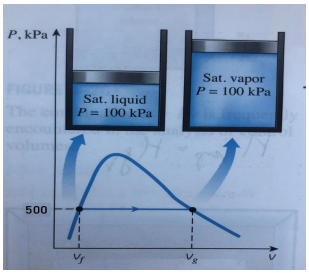
Solution La pression de vapeur saturante à 200°C est de 1554.9 kPa. La pression de vapeur effective est ici en dessous de cette vapeur, donc l'eau est uniquement sous forme de vapeur et le volume initial calculé est le volume de vapeur; il est calculé au moyen du volume spécifique à la pression de 300kPa, et la température initale est celle de la vapeur saturante à 300kPa donnée par la table A-5, l'équation des gaz parfaits nous permet de déterminer la variable inconnue, le volume final. La masse de vapeur subit une transformation isobare, on applique la formule du travail à press. cte.

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\rightsquigarrow}{\mathrm{T}}_{isob.}\ dW = P_e dV \Rightarrow W = \int_1^2 PdV = P(V_2 - V_1) \\ V_1 = V_{Ps300kPa} = m * \vee = 5[kg] * 0.60582[\frac{m^3}{kg}] = 3.0291[m^3] \\ T_1 = T_{satP=300kPa} = 133.52°C = 406.68°K \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = 3.52[m^3] \end{array}\right\} \left\{ W = 3 * 10^5(3.52 - 3.03) = 148.55[KJ] \right.$$

5-8 A frictionless piston-cylinder device initially contains 50 L of saturated liquid refrigerant-134a. The piston is free to move, and its mass is such that it maintains a pressure of 500 kPa on the refrigerant. The refrigerant is now heated until its temperature rises to 70°C. Calculate the work done during this process. ***Answer: 1600 kJ***



Solution Le liquide réfrigérant est contenu dans le cylindre en système fermé à une pression de 500kPa. On connaît son volumne mais pas sa masse, donc on ne peut cacluler son volume spécifique et comparer à ceux en état liquide et gazeux à la même pression (T. a-12), définir son état et calculer sa qualité .On connaît par contre sa température de saturation, c'est à dire température au-dessus de la quelle à cette pression (Table a-12 15.71°C), le liquide peut s'évaporer. Toutefois l'indication liquide saturé (définition) dans l'énoncé signifie que le réfrigérent est à la limite de cette phase donc presque exclusivement sous cette forme et de cette température à la pression de 500kPa, et la fraction vapeur est donc nulle et le volume gazeux initial également.
Sachant que le 134a est exclusivement sous forme liquide, le volume spécifique donné à 500kPa, nous permet de calculer sa masse initiale. On chauffe le liquide qui atteint 70°C, on s'attend donc à ce qu'une partie du réfrigérant s'évapore. Mais à cette temp. et à la pression de 500kPa, le composé est sous forme surchauffée et comporte 1 phase (table A13) au seul volume spéc. gazeux. Ce qui signifie que toute la masse initial est vaporisée, connaissant le volume spécifique dans ces conditions, on peut calculer le volume final et le travail effectué:



$$\left.\begin{array}{l} \vee_{g500kPa} = 0.041118[m^3/kg] \quad \vee_{l500kPa} = 0.0008059[m^3/kg] \quad \text{table 12} \\ \rho_{g500kPa} = 24.32[kg/m^3]\ \rho_{l500kPa} = 1240.84[kg/m^3] \quad \text{table 12} \\ M_g^{500kPa} = \frac{V_{\text{réf liq}}}{\vee_{\text{réf liq}}} = \frac{50*10^{-3}}{0.0008058\frac{m^3}{kg}} = 62kg \quad \vee_g^{500kPa70°C} = 0.052427[m^3/kg] \Rightarrow \\ V_g^{500kPa70°C} \overset{\text{table 13}}{=} M^{500kPa} * \vee_g^{500kPa70°C} = 62 * 0.052427[m^3] = 3.225[m^3] \end{array}\right\} \left\{ \begin{array}{l} W = P(V_g^f - V_g^i) \\ W = 5.10^5 * (3.225 - 0) = 1612[kJ] \end{array}\right.$$

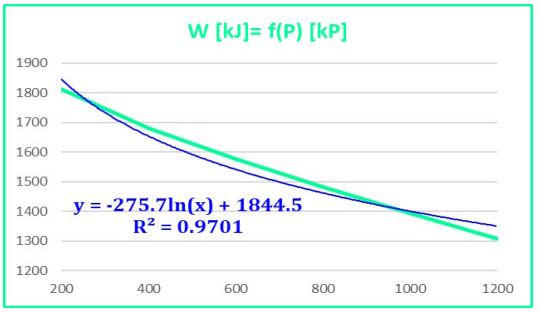
Considérons maitenant qu'une fraction initiale se trouve sous forme vapeur. On peut calculer la masse de vapeur en développant de répartition des volumes entre liquide et gaz:

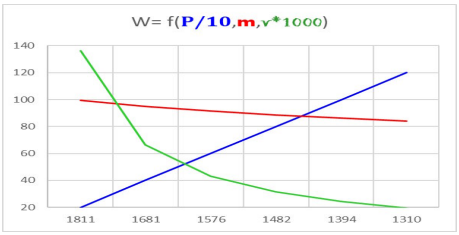
$$\left\{\begin{array}{l} V_t = V_l + V_g \Rightarrow V_t = \vee_l(m_t - m_g) + \vee_g m_g \Rightarrow \\ m_g = \frac{V_t - m_t \vee_l}{\vee_g - \vee_l} = \frac{0.05 - 62 * 0.0008059}{0.041118 - 0.0008059} = 0.00084[kg] \Rightarrow \\ V_g^i = \vee_g * m_g = 3.5 * 10^-5 \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} W = P(V_g^f - V_g^i) \\ W = 5.10^5 * (3.225 - 0) = 1612[kJ] \end{array}\right.$$

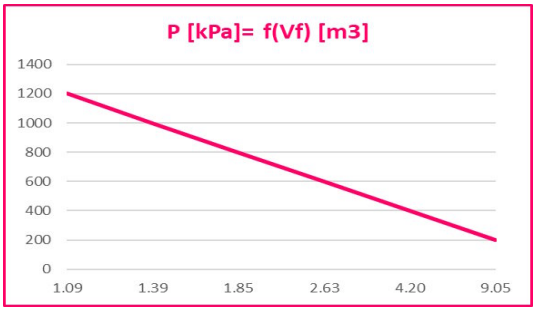
On constate qu'en effet la vol. de réfrigérent sous forme saturée dans la situation initiale est négligeable voir nulle, lorsque on prend plusieurs décimaux pour la masse tot., on obtient des valeurs négatives. Il faut remarquer que le calcul de la masse totale initale se basait sur le volume spécifique liquide avec l'hypothèse de fraction gazeuse nulle.

5-9 Reconsider Prob. 5-8. Using EES (or other) software , investigate the effect of pressure on the work done. Let the pressure vary from 200 to 1200 kPa. Plot the work done versus the pressure, and discuss the results. Explain why the plot is not linear. Also plot the process described in Prob. 5–8 on the P-v diagram.

Le volume spécifique liquide du réfrigérent varie de manière quasi affine en fonction de la pression $\vee \propto P$, mais la masse du réfrigérent intervient dans la formule du travail et celle-ci est inversement proportionnelle au volume spécifique liquide $\vee \propto \frac{1}{x}$. Puis le facteur multiplicatif , le volume spécifique surchauffé intervient également dans l'équation et celui-ci varie en rapport logarithmique inverse avec la pression $W \propto \frac{1}{\ln y}$. Donc ce dernier produit ne peut être dans un rapport linéraire avec la pression. Donc le travail qui est le produit de la pression et des deux autres produits ne peut être corrélé de manière affine avec les autres facteurs $W \propto P * \frac{1}{x} * \frac{1}{\ln y}$.







Graphe de W=f(x,y,z) avec échelles ajustés.

5-10 One cubic meter (1 m3) of saturated liquid water at 200°C is expanded isothermally in a closed system until its quality is 80 percent. Determine the total work produced by this expansion, in kJ.

La qualité (x,f) d'un mélange de phase est sa fraction massique de vapeur. Ici pour l'eau liquide saturée à 200°C en système fermé, sa valeur est de 80 %, donc le mélange comporte 80 % en masse de vapeur à cette température dans l'état final d'expansion. On calcule d'abord la masse d'eau totale en condition initiale , connaissant le volume spécifique liquide à cette température, puis le volume final grâce à la formule développée de la répartition des volumes sous 5-8 qui nous fournit le volume final spécifique dont la fraction vapeur par la masse total donne le volume final recherché. Le travail d'expansion recherchée est celui effectué en condition isotherme, la température étant entre les limites de la ligne triple et le point critique, on peut assimiler la vapeur à un gaz parfait et appliquer la formule des gaz parfaits en subsitutant la pression par les autres fonction d'états et calculer ainsi le travail de volume ;

$$\left\{\begin{array}{l} m_i^{200^\circ C} = m_t = \frac{V_i}{\vee_l^{200^\circ C}} = \frac{1}{0.001157} = 864.3[kg] \Rightarrow Vf^{200^\circ C} = \vee_g * m_i^{200^\circ C} \\ V_t = V_l + V_g \Rightarrow m_t \vee_t = \vee_l (m_t - m_g) + \vee_g m_g \quad x = f = \frac{m_g}{m_t} \Rightarrow \\ \vee_t = (1-f)\vee_l + f\vee_g \Rightarrow \vee_t = \vee_l + f(\vee_g - \vee_l) \\ \vee_t \overset{\text{Ta-4 } 200\ ^\circ\text{C}}{=} 0.001157 + f(1.2721 - 0.001157)[m^3/kg] = 0.102[m^3/kg] \\ Vf^{200^\circ C} = f * \vee_t * m_i^{200^\circ C} = 0.8 * 0.102 * 864.3[m^3] = 70.52[m^3] \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} W = \int_{V_i}^{V_f} PdV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV \\ W = \frac{mRT}{M} \ln \frac{V_g^f}{V_g^i} = \\ \frac{0.8*864.3*8.314*473}{18*10^{-3}} \ln \frac{70.52}{1} = 642[MJ] \end{array}\right.$$

5-11 A mass of 2.4 kg of air at 150 kPa and 12°C is con-2 tained in a gas-tight, frictionless piston-cylinder device. The air is now compressed to a final pressure of 600 kPa. During the process, heat is transferred from the air such that the tem- perature inside the cylinder remains constant. Calculate the work input during this process.
Answer: -272 kJ

On applique la formule du travail dans une transformation isotherme. Sachant que la température est constante et que les valeurs des fonctions d'état sont entre la ligne triple et le point critique on peut appliquer l'équation des gaz parfait, et remplacer le rapport de volume par le rapport de pression.

$$\left\{\begin{array}{l} (1)\ W = \int_{V_i}^{V_f} PdV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{V_f}{V_i} \overset{(2)}{=} nRT \ln \frac{P_i}{P_f} \\ (2)\ P_i V_i = P_f V_f \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{P_i}{P_f} \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} W = \frac{mRT}{M} \ln \frac{P_i}{P_f} = \\ \frac{2.4*8.314*285}{28.97*10^{-3}} \ln \frac{150}{600} = -272.14[KJ] \end{array}\right.$$

5-12 Determine the boundary work done by a gas during an expansion process if the pressure and volume values at various states are measured to be 300 kPa, 1 L; 290 kPa, 1.1 L; 270 kPa, 1.2 L; 250 kPa, 1.4 L; 220 kPa, 1.7 L; and 200 kPa, 2 L. 005

On constate que le produit PV n'est pas constant sans toutefois dévier de plus de 5 % dans un intervalle proximal , donc la condition de transformation isotherme n'est pas parfaitement suivie. En cherchant la constante du rapport des capacité calorifique pour laquelle PV^γ = cte, dans une condition de transformation adiabatique, on ne trouve pas non plus d'égalité. Les valeurs des fonctions d'état étant dans les limites de la ligne triple et du point critique, donc en admenttant que le gaz est assimilié à un gaz parfait, on ne peut expliquer ces déviations que par une variation simultanée, mais faible de la température. Les processus ne suivent pas un parcours successif dont une variable est prise pour constante . Pour calculer le travail , on effectue une approximation pour la pression comme moyenne sur chaque séquence d'intervalle entre 2 pressions proximales et le travail de la séquence est donc le produit de cette pression moyenne par l'expansion volumique. Pour interprétation , on peut calculer le travail en pour chanque intervalle en condition isotherme , ce qui est comme le mondre le graphique P-V encore une approximation de cette 1ère approximation. On peut essayer de calculer les températures et vérfier si la loi des gaz parfaits s'applique pour ces conditions de pression et volume, en posant par exemple pour n= 0.1 .

Pr.	Vol.	$\bar{P}$	ΔV	PV	$\bar{W} = \bar{P}dV$	$W_{isoth} = P_1V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$	$W_{isoth} = P_2V_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\bar{W}_{isoth}$	$T = \frac{P\bar{V}}{R}$	$\frac{P\bar{V}}{T}$ $(n = 0.1)$
[kPa]	[m3]	[kPa]	[m3]	J	J	J	J	J	°K	-
300	0.001	295	0.0001	300	29.5	28.59	30.4	29.5	360.8	0.83
290	0.0011	280	0.0001	319	28	27.75	28.2	28.0	383.7	0.83
270	0.0012	260	0.0002	324	52	49.95	53.95	52.0	389.7	0.83
250	0.0014	235	0.0003	350	70.5	67.95	72.61	70.3	421.0	0.83
220	0.0017	210	0.0003	374	63	60.8	65.0	62.9	449.8	0.83
200	0.002	-	-	400	-	-	-	-	-	-
$\sum W$	-	-	-	-	243	235.0	250.17	242.6	-	-

En effet, on remarque que la moyenne du travail isotherme sur chaque intervalle approxime parfaitement le travail moyen pour chaque intervalle. Ceci s'explique aisément en observant la courbe PV; quand l'intervalle est petit , sur simple principe des intégrales , on a mathématiquement les courbes isothermes supérieures et inférieures, et d'autant plus leur moyennes, approximent des segments de droites au-dessus et en dessous de la pression moyenne qui également approxime la courbe intégrale du travail . Ci-dessous la diagramme PVT avec n=0.01

